Mario Branca, Isabella Soletta

Esperimenti on-line sull'equilibrio termico

Con questa misura ci si propone di fornire una semplice procedura sperimentale che possa essere utile a illustrare e far comprendere il fenomeno dell'equilibrio termico.

Si vuole mostrare come due oggetti che hanno temperature diverse messi a contatto tendono ad assumere la stessa temperatura.
Gli "oggetti" che abbiamo scelto sono due uguali quantità d'acqua che raggiungono l'equilibrio termico all'interno di un thermos.
L'esperimento è stato ideato ed eseguito in previsione di un seminario introduttivo sulla tecnica di acquisizione dati *on-line* rivolto ad insegnanti della scuola media inferiore, i quali lo hanno apprezzato per la sua semplicità ed immediatezza e sono stati in grado di ripeterlo autonomamente dopo un solo pomeriggio di uso del sistema di acquisizione dati della Texas Instrument (CBL).
Intendiamo riproporlo, con qualche modifica, a studenti di una classe II del liceo classico Manno di Alghero e in un corso di laboratorio didattico della scuola di specializzazione per la formazione degli insegnanti di scuola media secondaria dell'Università di Sassari.

Preparazione e materiali

I materiali utilizzati sono semplici da reperire, economici e non costituiscono fonte di pericolo per l'esecuzione in classe anche da parte di studenti molto giovani, per esempio dei primi anni di scuola media inferiore.

Occorrono:

- un thermos per uso domestico o un contenitore cilindrico di polistirolo con coperchio
- un palloncino di gomma di media grandezza, che possa contenere una quantità d'acqua di almeno 100 cm^3
- un recipiente graduato, fornito di beccuccio, che permetta di misurare le quantità d'acqua e di riempire agevolmente il palloncino
- dell'acqua fresca
- dell'acqua tiepida
- 2 sonde di temperatura
- il sistema di acquisizione dati.

Questa misura può essere fatta anche manualmente utilizzando due termometri qualsiasi, leggendo ad intervalli di tempo prefissati la temperatura e costruendo il grafico su carta millimetrata. Risulta più rapida, più comoda da eseguire e più accurata se si utilizza un sistema di acquisizione dati *on-line* che permette anche di visualizzare immediatamente e di elaborare i risultati ottenuti.
Si mette dentro il thermos una certa quantità di acqua tiepida (per esempio 100 cm^3) nella quale si immerge una sonda di temperatura.

Quindi si riempie un palloncino con la stessa quantità d'acqua fresca, presa dal frigorifero. Se il thermos ha un'imboccatura stretta occorrerà riempire il palloncino quando esso si trova già all'interno del thermos. Si inserisce la seconda sonda di temperatura all'interno del palloncino, si chiude con un elastico o una fascetta, in modo da essere certi che l'acqua resti confinata all'interno del palloncino, e lo si adagia fondo del thermos.
Si chiude il thermos con un tappo di sughero bucato in modo da far uscire le sonde o più semplicemente con un panno. Con le quantità d'acqua indicate sono sufficienti una trentina di minuti perché venga raggiunto l'equilibrio termico.

Esecuzione

Dopo alcune prove abbiamo deciso di utilizzare 100 cm^3 d'acqua alla temperatura di circa 18°C ed una stessa quantità d'acqua a temperatura di circa 30°C. In queste condizioni abbiamo eseguito una misura della durata totale di 40 minuti, campionando le due temperature ogni 12 secondi per 200 volte.

Risultati

In figura 1 viene mostrato l'andamento della temperatura in funzione del tempo misurata con la sonda immersa nell'acqua inizialmente tiepida. E' chiaramente osservabile un comportamento asintotico verso la temperatura finale (23,6 °C)

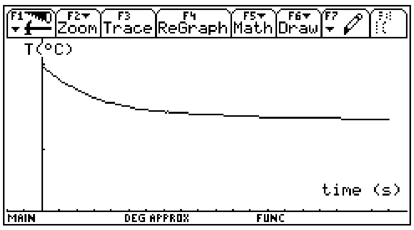


Fig. 1

La figura 2 riporta l'andamento della temperatura in funzione del tempo misurata con la sonda immersa nell'acqua inizialmente fredda. Anche in questo caso è osservabile un comportamento asintotico verso la temperatura finale che risulta essere uguale a quella del caso precedente (23,6 °C).

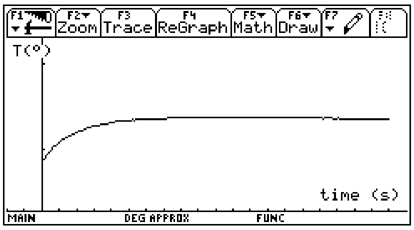


Fig. 2

Più interessante risulta il grafico riportato in figura 3 che mostra insieme le due curve, dalla quale è osservabile in modo più chiaro il raggiungimento dell'equilibrio termico

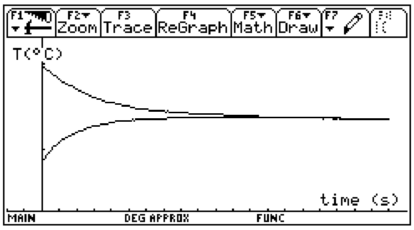


Fig. 3

Analisi dei dati

Il tipo di analisi dei dati è diverso a seconda del livello di scuola nel quale viene proposta la misura.

Scuola Media Inferiore

In questo ordine di scuola sarà sufficiente far notare come, poiché la quantità di acqua tiepida è uguale a quella di acqua fredda, la temperatura finale sia con buona approssimazione pari alla media aritmetica tra le due temperature iniziali.

Detta $T1$ la temperatura iniziale dell'acqua inizialmente tiepida, $T2$ la temperatura iniziale dell'acqua inizialmente fresca, Tm la media aritmetica tra $T1$ e $T2$, Tf la temperatura raggiunta all'equilibrio, nel nostro caso si ha

$T1$ = 29.8 °C
$T2$ = 18.7 °C

Tm = 24.2 °C
Tf = 23.6 °C

cioè la temperatura di equilibrio differisce dalla temperatura media di 0,6°C.

La differenza di temperatura può essere interpretata tenendo conto che una piccola parte di energia termica anziché essere scambiata tra i due corpi viene ceduta al thermos. Inoltre il thermos non é un isolante termico perfetto e lentamente scambia calore con l'esterno.

È comunque interessante che gli studenti seguano la dinamica del fenomeno e capiscano che il raggiungimento dell'equilibrio termico non è immediato ma necessita di intervalli di tempo anche considerevoli. Nel caso in esame, per esempio, non si può parlare di raggiungimento dell'equilibrio termico prima che siano passati circa 25 minuti.

Scuola Media Superiore

Con studenti più grandi si possono fare delle considerazioni qualitative sul fatto che le due curve non risultano perfettamente simmetriche come ci si potrebbe aspettare, visto che le quantità d'acqua usate sono le stesse.

Per meglio evidenziare questo fatto in figura 4 vengono riportati i due andamenti sperimentali (curve 1 e 2) e la curva 3 ottenuta per simmetria dalla curva 1.

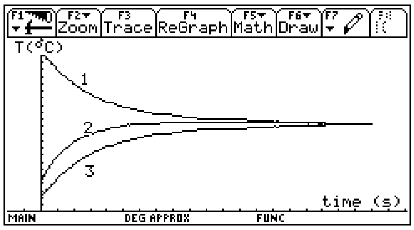
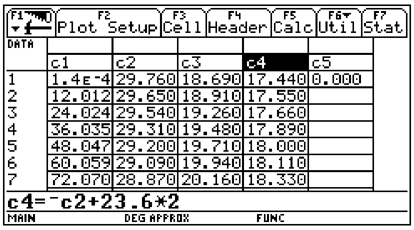


Fig. 4

La curva simmetrica è stata ottenuta elaborando i dati su foglio di calcolo, come mostrato in figura 5.

Nella prima colonna C1 sono riportati i tempi, in C2 le temperature rilevate dalla prima sonda, in C3 le temperature rilevate dalla seconda sonda, in C4 le temperature calcolate attraverso la formula

$$C4 = - C2 + 2*Tf$$



	c1	c2	c3	c4	c5
1	1.4E-4	29.760	18.690	17.440	0.000
2	12.012	29.650	18.910	17.550	
3	24.024	29.540	19.260	17.660	
4	36.035	29.310	19.480	17.890	
5	48.047	29.200	19.710	18.000	
6	60.059	29.090	19.940	18.110	
7	72.070	28.870	20.160	18.330	

c4=⁻c2+23.6*2

MAIN DEG APPROX FUNC

Fig. 5

Questo fatto può essere interpretato tenendo conto che in realtà gli scambi termici non avvengono tra due oggetti ma tra tre, perché bisogna considerare anche il contenitore, e facendo riflettere gli studenti su come sia difficile ottenere nella realtà un sistema effettivamente adiabatico.

Interessante anche l'esame della forma delle due curve, che si presta ad una *modellizzazione* matematica. Si riprende la procedura suggerita nell'articolo di Pezzi([1]) per *linearizzare* le due curve e poterle *parametrizzare*.

Dal grafico si può intuire che il fenomeno di raffreddamento rappresentato dalla curva 1 della figura 4 è descrivibile con una funzione esponenziale del tipo

$$\Delta T = \Delta T_0 e^{-ht}$$

essendo la differenza ΔT tra la temperatura della sonda all'istante t e la temperatura di equilibrio; T_0 il valore di T all'inizio della misura, t il tempo ed h un coefficiente. Calcolando il logaritmo naturale di entrambi i membri si ottiene

$$1n(T - T_f) = 1n(T_0 - T_f) - ht$$

cioè una relazione lineare tra il logaritmo della differenza di temperatura ed il tempo, attraverso la quale potremo ottenere il valore di h per interpolazione lineare. Abbiamo usato per l'interpolazione solo i primi 80 dati ottenuti con un foglio di calcolo, come mostrato in figura 6.

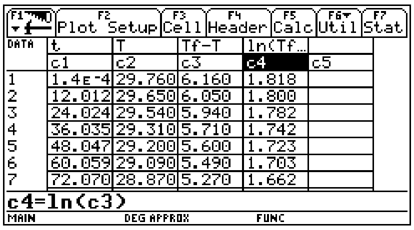


Fig. 6

In figura 7 sono rappresentati graficamente il logaritmo della differenza di temperatura in funzione del tempo, a piccoli punti, e la retta di interpolazione, a tratto continuo.

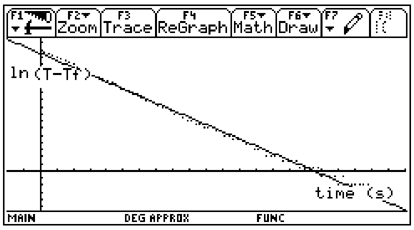


Fig. 7

In figura 8 invece sono riportati i risultati dell'interpolazione. Il coefficiente h risulta uguale a circa 0.0023°C^{-1}.

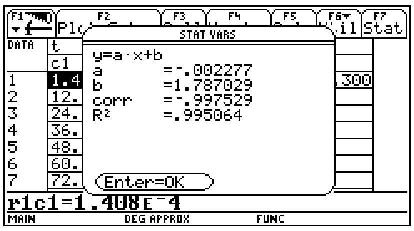


Fig. 8

Per la curva di riscaldamento cioè per la misura di temperatura effettuata dalla seconda sonda, il modello è simile:

$$\Delta T = \Delta T_0 e^{-ht}$$

con l'unica differenza che questa volta, i termini ΔT e ΔT sono negativi. Per questo motivo, passando ai logaritmi sarà necessario considerare i valori assoluti, come mostrato in figura 9

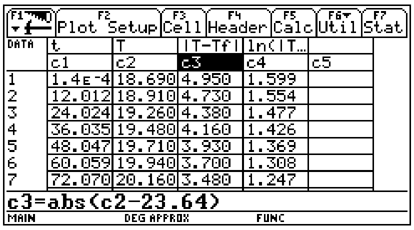


Fig. 9

Con un procedimento analogo al precedente, considerando i primi 60 punti si ottiene la retta di interpolazione, riportata in figura 10

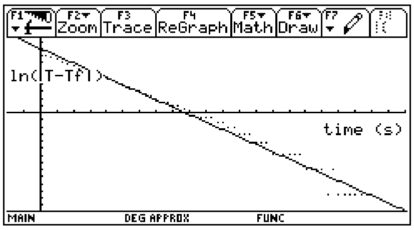


Fig. 10

Ripetendo la procedura di interpolazione lineare si ottiene per il coefficiente h un valore pari a circa 0.0055 °C^{-1}. In figura 11 sono riportati anche gli altri valori ottenuti per interpolazione.

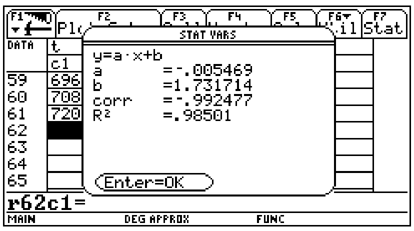


Fig. 11

I due valori di h differiscono quindi significativamente. L'acqua contenuta nel palloncino raggiunge l'equilibrio termico più velocemente perché ha meno scambi termici col contenitore. Il coefficiente h della prima curva dipende dal contenitore e dalla geometria del sistema.

Ulteriori sviluppi

Per meglio comprendere il significato fisico del coeffi-

ciente h è necessario fare delle altre prove, sia variando le quantità d'acqua che variando il liquido all'interno del palloncino. Si potrebbe così ricercare una correlazione tra la capacità termica e la velocità di raffreddamento e di riscaldamento e si potrebbe cercare di valutare il contributo allo scambio dovuto al contenitore.
In questo caso può essere interessante considerare le relazioni che intercorrono tra le masse, i calori specifici e le variazioni di temperatura.
Nell'ipotesi che il sistema sia perfettamente adiabatico tutto il calore ceduto dal corpo inizialmente a temperatura superiore $T1$ viene acquistato dal corpo inizialmente a temperatura inferiore $T2$.
Dette $Q1$ e $Q2$ le quantità di calore scambiate, per il principio di conservazione dell'energia si avrà

$$Q1 = - Q2$$

considerando le masse $m1$ e $m2$ e le capacità termiche $C1$ e $C2$, si avrà quindi

$$m1\ \Delta T1 C1 = -m2\ \Delta T2 C2$$

Questa relazione è del tutto generale e può essere usata per interpretare casi di scambi di calore tra sostanze con diverso calore specifico e/o con masse diverse.
É anche utile per motivare l'affermazione fatta in precedenza per cui ci si aspetta che la temperatura finale del sistema sia pari, nel caso da noi studiato, alla media aritmetica tra le due temperature iniziali.
Nel nostro caso, infatti essendo $m1 = m2$ e $C1 = C2$, risulta

$$\Delta T1 = - \Delta T2$$

Poiché

$$\Delta T1 = T1 - Tf$$
$$\Delta T2 = T2 - Tf$$

risulta

$$T1 - Tf = - T2 + Tf$$

da cui

$$Tf = \left(\frac{T1 + T2}{2} \right)$$

che è la relazione che volevamo dimostrare.

Bibliografia

([1]) G. PEZZI, *"Esperimenti on-line sul raffreddamento di un corpo"*, Ipotesi, I, 1 (1998)

Mario Branca
Dipartimento di Chimica dell'Università degli studi di Sassari, Scuola di Specializzazione per la formazione degli Insegnanti di Scuola media Superiore delle Università di Cagliari e Sassari
Isabella Soletta
Liceo Classico "Manno" di Alghero, Scuola di Specializzazione per la formazione degli Insegnanti di Scuola media Superiore delle Università di Cagliari e Sassari