Esercizio 1
Una pietra viene lanciata con una velocità iniziale di 20.0 m/s contro una pigna all'altezza di 5.0 m rispetto al punto di lancio. Trascurando ogni resistenza, calcolare la velocità della pietra quando urta la pigna

Soluzione

Detta v_x la velocità finale dalla conservazione dell'energia segue che:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh + \frac{1}{2}mv_x^2$$

e quindi:

$$v_x = \sqrt{v^2 - 2gh} = 17.4\ m/s$$

Esercizio 2

Una automobile, che può schematizzarsi come un punto materiale, viaggia alla velocità v_o, assunto che la forza di attrito viscoso sia $-kv^4$ (praticamente a tale velocità l'unica forza che si oppone alla forza di trazione del motore). Inoltre si immagini che la macchina debba percorrere un tratto in salita con pendenza p (rapporto tra innalzamento e percorso fatto sul tratto orizzontale). Determinare il lavoro (minimo) e la potenza minima del motore per percorrere un tratto l.

(dati del problema $k = 9 \cdot 10^{-4}\ kgm^{-3}s^2$, $m = 800\ kg$, $l = 1000\ m$, $p = 10\%$, $v_o = 126\ km/h$)

Soluzione 2

L'altezza da superare vale:

$$h = lp = 100\ m$$

Quindi il lavoro minimo fatto contro la forza di gravità vale:

$$L_g = mglp = 784\ kJ$$

mentre quello contro la forza di attrito:

$$L_a = kv^4 l = 1350\ kJ$$

Il lavoto totale:

$$L_T = L_g + L_a = 2130\ kJ$$

Per percorrere il tratto l viene impiegato un tempo:

$$t = \frac{l}{v} = 28.6\ s$$

Quindi la potenza vale:

$$P = \frac{L_T}{t} = 75\ kW$$

Esercizio 3

Il cosiddetto Bungee jumping si ha quando un uomo di massa M si appende ad una fune elastica di costante di richiamo elastico k inizialmente a riposo e si lascia cadere (con velocità iniziale nulla). Inizia un moto armonico in cui viene prima raggiunta la massima velocità (nel punto di equilibrio tra le forze) ed infine si ha il massimo allungamento della fune l_1.

Determinare l'allungamento massimo e la relativa accelerazione, inoltre trovare la massima velocità raggiunta durante il moto. Si trascuri ogni forma di attrito.

(dati del problema $k = 50\ N/m$, $M = 75\ kg$)

Soluzione 3

Detta l_1 la massima elongazione (dove la velocità è nulla) dalla posizione di equilibrio, ponendo 0 l'energia potenziale iniziale (gravitazionale ed elastica) applicando la conservazione della energia meccanica:

$$-Mgl_1 + \frac{1}{2}kl_1^2 = 0$$

$$l_1 = \frac{2Mg}{k} = 29.4\ m$$

La accelerazione in tale punto vale:

$$a = \frac{F}{M} = \frac{kl_1}{M} - g = g$$

La velocità ha un massimo per un allungamento tale che:

$$-Mg + Kl_2 = 0$$

$$l_2 = \frac{Mg}{k} = 14.7\ m$$

Imponendo la conservazione della energia:

$$\frac{1}{2}Mv^2 - Mgl_2 + \frac{1}{2}kl_2^2 = 0$$

$$v = g\sqrt{\frac{M}{k}} = 12\ m/s$$

Esercizio 4

Un manubrio è costituito da due masse uguali collegate da una sbarretta di massa trascurabile di lunghezza $2d$: supponiamo che inizialmente esso ruoti liberamente intorno ad un asse ortogonale al centro della sbarretta con velocità angolare ω_i. Se in virtù di forze interne le due masse vengono avvicinate in maniera da distare alla fine solo $d/2$ dal centro dell'asse di rotazione.

Determinare: La velocità angolare finale del sistema ed il lavoro fatto dalle forze interne.

(dati del problema $\omega_i = 20\ rad/s$, $d = 0.5\ m$, $m = 2\ kg$)

Soluzione 4

Dovendosi conservare il momento della quantità di moto:

$$2dm\omega_i d = 2\frac{d}{2}m\omega_f\frac{d}{2}$$

$$\omega_f = 4\omega_i = 80\ rad/s$$

L'energia cinetica iniziale vale:

$$E_i = m\omega_i^2 d^2$$

$$E_f = m\omega_f^2\frac{d^2}{4} = 4E_i$$

Quindi l'energia cinetica aumenta di:

$$E_f - E_i = 3E_i = 600\ J$$

L'aumento di energia cinetica è dovuto alle sole forze interne.

Esercizio 5

Su un piano orizzontale sono posti due blocchi di masse M_1 ed M_2 rispettivamente. Tra i due blocchi, inizialmente fermi, è sistemata una molla, di massa trascurabile, mantenuta compressa con un corto filo di collegamento tra i blocchi. Ad un certo istante il filo viene tagliato ed i due blocchi vengono messi in movimento dalla molla. Si osserva che la velocità acquistata dalla massa M_1 è v_1.

Determinare l'energia elastica della molla nella configurazione iniziale.

(dati del problema $M_1 = 2\ kg$, $M_2 = 3\ kg$, $v_1 = 0.5\ m/s$, si trascuri l'attrito del piano)

Soluzione 5

Le forze che agiscono sono solo interne quindi essendo nulla la quantità di moto iniziale:

$$M_2 v_2 + M_1 v_1 = 0$$
$$v_2 = -\frac{M_1}{M_2} v_1 = -0.33\ m/s$$

Che è anche l'energia cinetica della massa 2 quindi l'energia cinetica vale:

$$E_k = \frac{1}{2} M_1 v_1^2 + \frac{1}{2} M_2 v_2^2 = 0.42\ J$$

che coincide con l'energia elastica della molla.

Esercizio 6

Un corpo di massa m = 2 kg scende lungo un piano inclinato di un angolo θ = π/6 rispetto all'orizzontale, con coefficiente di attrito dinamico μd = 0.8 e velocit`a iniziale v0 = 5 ms−1. Determinare: (a) l'accelerazione del corpo; (b) lo spazio percorso prima di fermarsi; (c) il lavoro compiuto dalla forza di attrito.

Soluzione 6

$$a = (\sin\theta - \mu_d \cos\theta) g = -1.89\ m\, s^{-2}$$
$$s = -\frac{v_0^2}{2\, a} = 6.615\ m$$
$$W = -\frac{1}{2} m v_0^2 - m g s \sin\theta = -\mu_d m g \cos\theta s = -89.83\ J$$