Interferenza

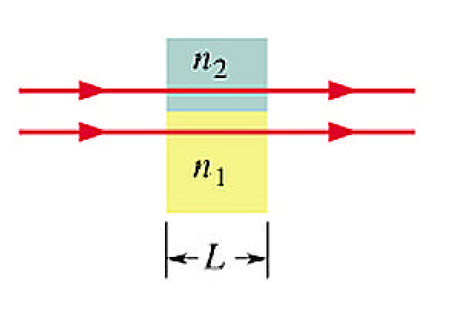
La **luce si propaga come un'onda** (**Huygens 1678**), quindi possiamo parlare di **lunghezze d'onda in funzione del mezzo** in cui la luce si trova a viaggiare. Consideriamo un mezzo con **indice di rifrazione n**, la lunghezza d'onda varrà

$$\lambda_n = \frac{\lambda v}{c} \xrightarrow{n=\frac{c}{v}} \lambda_n = \frac{\lambda}{n}$$

Ci si può chiedere cosa succede alla frequenza dell'onda nel mezzo con indice n, si ha

$$\nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{c}{n}\frac{n}{\lambda} = \frac{c}{\lambda} = \nu$$

Torviamo quindi che la **frequenza dell'onda non dipende dal mezzo** in cui essa viaggia, solo la **lunghezza d'onda viene alterata dal mezzo**. Quando inviamo un fascio di luce su materiali con **n diversi**, abbiamo **λ diverse in ogni materiale** e **in uscita le onde possono essere sfasate**



Consideriamo un fascio di luce incidente su due blocchetti di materiale con indici di rifrazione **n_2** ed **n_1** (**$n_2 > n_1$**).
I blocchetti hanno lo **stesso spessore L**. Sia inoltre **N il numero di lunghezze d'onda contenute nel tratto L** di ciascun materiale.

$$N_1 = \frac{L}{l_{n_1}} = \frac{Ln_1}{l} \qquad l_{n_1} = \frac{l}{n_1}$$

$$N_2 = \frac{L}{l_{n_2}} = \frac{Ln_2}{l} \qquad l_{n_2} = \frac{l}{n_2}$$

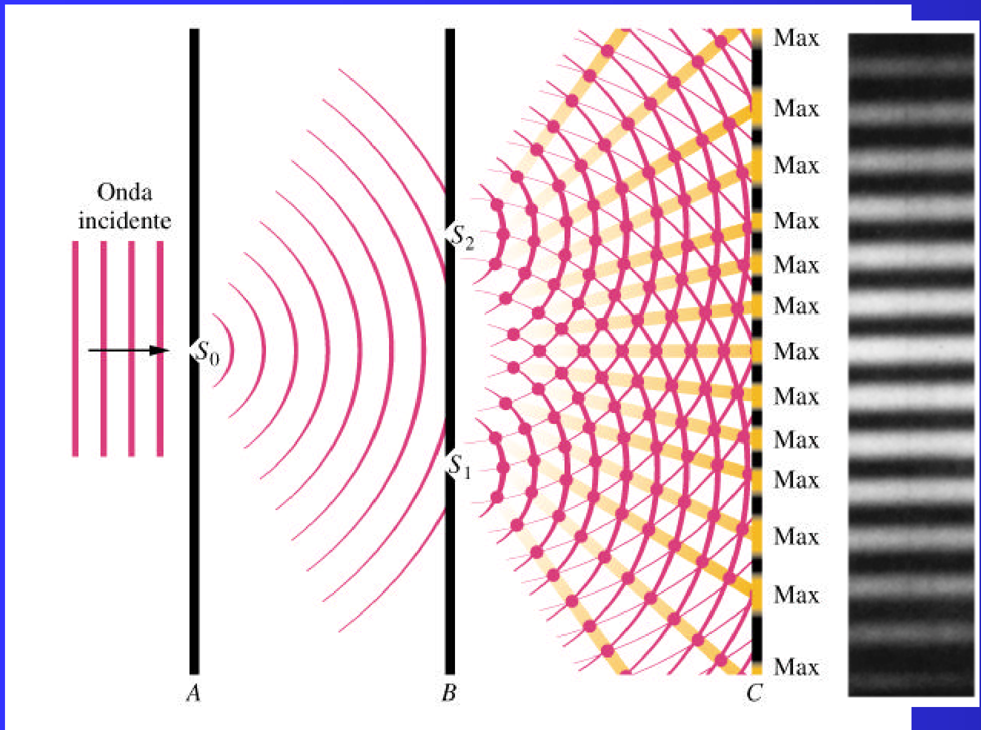
$$N_2 - N_1 = \frac{L}{l}(n_2 - n_1)$$

Se **$N_2 - N_1$ = intero** $\Rightarrow$ le onde sono **in fase** $\Rightarrow$ differiscono di **2**p $\Rightarrow$ **interferenza costruttiva**

Se **$N_2 - N_1$ = intero/2** $\Rightarrow$ le onde sono in **opposizione di fase** $\Rightarrow$ differiscono di p $\Rightarrow$ **interferenza distruttiva**

Esperimento di Young (1801)

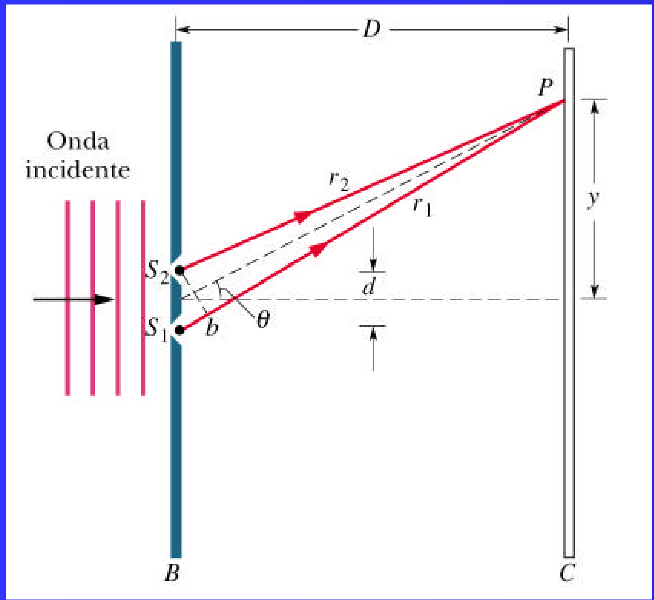
Prima prova sperimentale della natura ondulatoria della luce



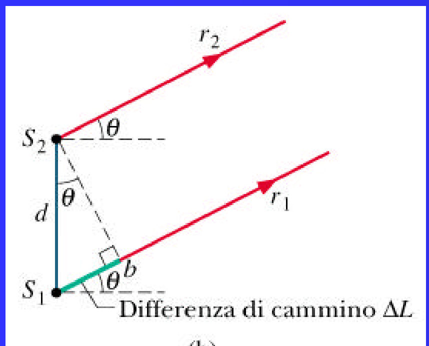
Inviamo un’onda piana su uno schermo in cui è praticata una fenditura, per diffrazione l’onda emergente da S_0 è un’onda sferica che va ad incidere su un secondo schermo in cui ci sono due fori, S_1 ed S_2, che simulano due **sorgenti di luce coerenti** (in fase).

Le onde **emesse da S_1 ed S_2 sono sferiche**. Le dimensioni di S_1 ed S_2 devono essere superiori alla λ dell’onda incidente per evitare che il fenomeno della diffrazione prevalga su quello di interferenza

Vediamo di trovare la **posizione** delle **frange di interferenza** (frange chiare sono massimi, frange scure sono minimi)



L'onda incidente arriva sullo schermo B in fase quindi **S_1 ed S_2 sono sorgeneti coerenti** di **onde sferiche**. Se analizziamo l'immagine nel punto P, notiamo immediatamente che i **percorsi fatti dalle due onde**, quella da S_1 e quella da S_2, **sono diversi**; pertanto **in P le due onde arriveranno sfasate per la differenza di cammino ottico** ΔL. Se **D >> d**, possiamo pensare che **r_1 ed r_2 siano praticamente** $\parallel$.



$$\boxed{\Delta L = d \sin\theta}$$

Se ΔL = # intero di λ $\Rightarrow$ interferenza costruttiva

Se ΔL = # intero/2 di λ $\Rightarrow$ interferenza distruttiva

$d\sin\theta = m\lambda$ con **m = intero** $\Rightarrow$ **massimi**

$d\sin\theta = (m+1/2)\lambda$ con **m = intero** $\Rightarrow$ **minimi**

Il **massimo centrale** si ha in corrispondenza ad **m = 0**.
Per avere interferenza la **differenza di fase deve restare costante**, pertanto devo avere **luce coerente**.

Ricaviamo ora la **figura di interferenza**. In P le due onde arrivano con campi elettrici non in fase

$$E_1 = E_0 \sin wt \qquad E_2 = E_0 \sin(wt + f)$$

L'intensità in P vale

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{1}{2}f\right) \qquad f = \frac{2pd}{l}\sin q$$

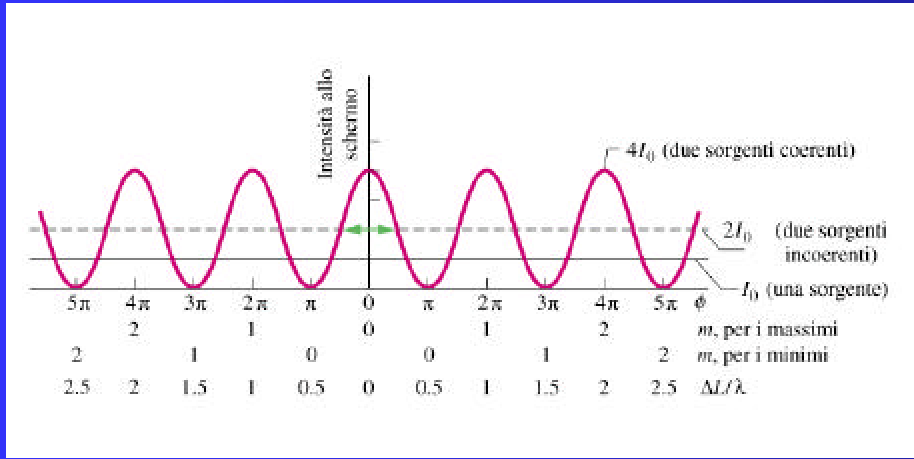
$$I \text{ e' massima per } \frac{1}{2}f = mp \quad \text{con } m = 0,1,2,\ldots$$

$$2mp = \frac{2pd}{l}\sin q \qquad m = 0,1,2,\ldots$$

$$d\sin q = ml$$

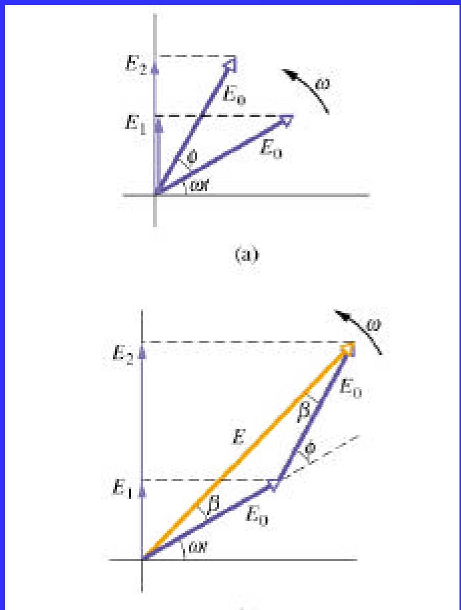
I_0 = intensità sullo schermo associata alla luce che arriva da una delle due fenditure

In modo del tutto analogo trovo l'intensità dei minimi



Vediamo ora dal punto di vista vettoriale cosa succede considerando i campi elettrici.

E risultante ha una costante di fase b **=1/2** f



$$E = 2\left(E_0 \cos b\right) = 2E_0 \cos\left(\frac{1}{2} f\right)$$

$$E^2 = 4E_0^2 \cos^2\left(\frac{1}{2} f\right) \qquad I \propto E^2 \qquad I_0 \propto E_0^2$$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{E^2}{E_0^2} \Rightarrow I = I_0 4\cos^2\left(\frac{1}{2} f\right)$$

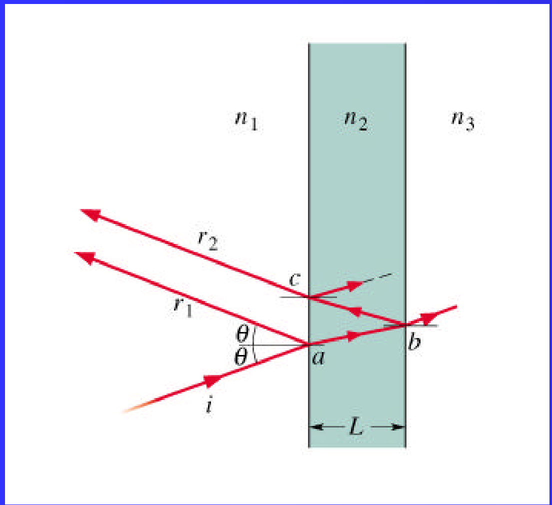
Per la **differenza di cammino ottico e lo sfasamento** abbiamo

$$\left.\begin{aligned}\Delta L &= \frac{1}{2}\,l \Rightarrow f = p \\ \Delta L &= l \Rightarrow f = 2p\end{aligned}\right\} \frac{\Delta L}{l} = \frac{f}{2p}$$

$$f = \frac{2p}{l}\,\Delta L \qquad \Delta L = d\sin q$$

$$f = \frac{2pd}{l}\sin q$$

Interferenza su lamine sottili



Facciamo incidere della luce su di una **lamina sottile di spessore L confrontabile con la l della luce incidente**. L'angolo di incidenza q_i **è molto piccolo**. I due raggi $\mathbf{r_1}$ **ed** $\mathbf{r_2}$ seguono percorsi diversi e quindi **possono emergere sfasati dalla lamina**.

Infatti, il raggio r_2 passa attraverso un materiale con diverso indice di rifrazione e fa un percorso più lungo rispetto ad r_1, mentre r_1 subisce una riflessione tra due mezzi con $n_1 > n_2$. Questo tipo di **riflessione provoca uno sfasamento di l/2**. Le riflessioni tra mezzi con $n_2 > n_1$ non comporta sfasamenti e così pure le rifrazioni.

Lo **sfasamento di** $\mathbf{r_2}$ **dipende dalla differenza di cammino ottico in un mezzo con indice di rifrazione diverso da quello di partenza**.

Dato che r_1 viene sfasato dalla riflessione di mezza lunghezza d'onda, per avere interferenza costruttiva il raggio **r_2 deve venire sfasato di un numero intero di mezze lunghezze d'onda**.

$$\Delta L \approx 2L = r_2 - r_1$$

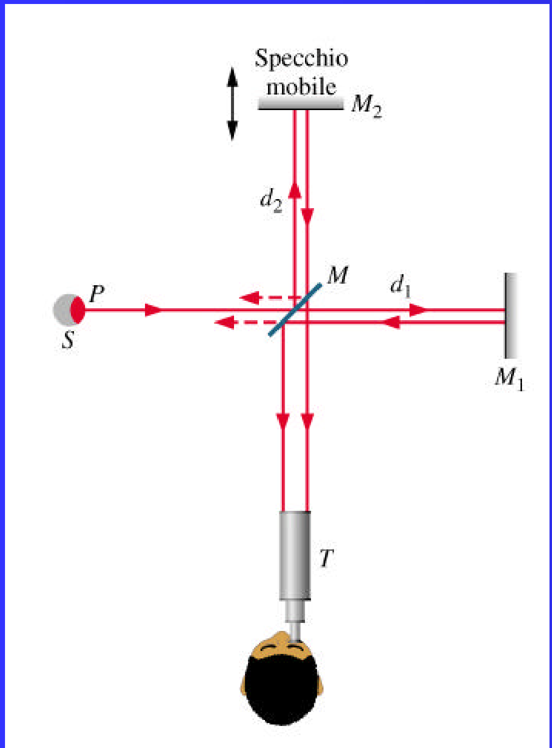
$$2L = \frac{2m+1}{2} l_{n_2} \qquad m = \text{intero} \qquad \text{interferenza costruttiva}$$

$$2L = m l_{n_2} \qquad m = \text{intero} \qquad \text{interferenza distruttiva}$$

$$2L = \frac{2m+1}{2} \frac{l}{n_2} \qquad \text{massimi}$$

$$2L = m \frac{l}{n_2} \qquad \text{minimi}$$

Interferometro di Michelson



Nel 1881 Michelson realizzò un interferometro per la misura dello spessore di fogli sottili. Lo strumento è schematicamente costituito da una sorgente di luce (S) inviata verso uno specchio semiriflettente (M) posto a 45° rispetto al fascio di luce incidente. M riflette metà della luca verso lo specchio M_2 mentre trasmette per rifrazione l'altra metà allo specchio M_1. Le distanze **d_1 e d_2 tra M ed M_1 , M_2 sono diverse** quindi i raggi di luce che colpiscono l'osservatore posto in T, hanno percorso distanze diverse, e risultano sfasati. Si ha una **figura** di **interferenza** con **frange curve**. La **differenza di cammino ottico** vale

$$\Delta L = 2d_2 - 2d_1$$

La figura di interferenza può variare se si inserisce un **foglio trasparente sottile** lungo il percorso ottico verso uno degli specchi, ad esempio M_1. Se il foglio ha **spessore t** ed **indice di rifrazione n** abbiamo

$$N_n = \frac{2t}{l_n} = \frac{2nt}{l}$$

Mentre senza il foglio **in uno spessore t di aria** si sarebbe avuto

$$N_{aria} = \frac{2t}{l}$$

Quindi lo sfasamento otteuto inserendo il foglio vale

$$N_n - N_{aria} = \frac{2t}{l}(n-1)$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Se } N_n - N_{aria} = m\,l \Rightarrow \text{la figura di interferenza si sposta di 1 frangia} \\ \text{Se } N_n - N_{aria} = m\frac{l}{2} \Rightarrow \text{la figura di interferenza si sposta di 1/2 frangia} \end{array}\right\}\text{posso ricavare t}$$

Posso allora esprime gli **spessori degli oggetti in funzione delle l** della luce ⇒ il metro campione viene definito in termini di λ. Per questo esperimento Michelson ottenne il Nobel nel 1907.