Dinamica del punto

Ci chiediamo ora **che cosa** causa il moto di un oggetto e le variazioni del moto stesso, che abbiamo visto essere correlate alla presenza di un'accelerazione.

Per esaminare questo problema abbiamo bisogno di **porre il nostro oggetto in relazione con l'ambiente esterno**.

Vediamo se esiste una **grandezza fisica** che funge da **intermediario in questa relazione** e che caratterizza ogni relazione del nostro oggetto con il mondo esterno.

Consideriamo più oggetti puntiformi di massa diversa, in moto con velocità costante **v**. Ad un certo istante variamo la velocità dei corpi. Quello che si nota è che la variazione di velocità di ogni corpo è strettamente correlata con la sua massa, in particolare **più grande è la massa, più difficile è variare la velocità dell'oggetto**.

Definiamo la seguente quantità
$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$

p è la **quantità di moto** e si misura in **kgms^{-1}** o **Ns**

Se la **velocità** di un oggetto **varia** →**varia** anche **p** ma la **variazione di v** è dovuta alla presenza di un'**accelerazione** → Δ**p riflette l'interazione** del nostro oggetto **con il mondo esterno** e la **massa m** è il mediatore di tale interazione, cioé la proprietà dell'oggetto da cui dipende l'intensità dell'effetto dell'interazione sul moto dell'oggetto.
Se il corpo non interagisce con il mondo esterno allora Δp = 0.
Considerando variazioni infinitesime

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \textbf{costante} \qquad (1)$$

La (1) rappresenta la formulazione matematica del **primo principio della meccanica o prima legge di Newton o legge d'inerzia**:
Una particella libera, ovvero isolata dal mondo esterno, si muove di moto rettilineo uniforme con v costante, o, se è in quiete, persiste nel suo stato.

Come conseguenza abbiamo che **la quiete e il moto con v = costante** sono due modi **equivalenti** di vedere il moto di un oggetto.

Sistema di riferimento inerziale

Se quiete o moto con v costante sono la stessa cosa, allora vuol dire che due osservatori che osservano il moto dello stesso oggetto da sistemi di riferimento diversi possono vederlo in quiete o in moto rettilineo uniforme con velocità diverse, purché **i sistemi di riferimento siano in moto rettilineo uniforme l'uno rispetto all'altro**.

Questi **sistemi di riferimento** si dicono **inerziali** e **in essi è valida la legge d'inerzia**.

Seconda legge di Newton

Se un corpo interagisce con l'ambiente esterno abbiamo

$$\frac{d\vec{p}}{dt} \neq 0$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\left(m\vec{v}\right)}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F} \qquad (2)$$

Alla **variazione di p** viene comunemente associata una nuova grandezza fisica denominata **forza F**.

La (2) rappresenta la seconda legge di Newton:

Ogni interazione di un corpo con l'ambiente esterno è rappresentata da una forza F e provoca una variazione della quantità di moto della particella stessa

$$[F] = [M][L][T]^{-2}$$
$$Newton = N = kg \cdot m \cdot s^{-2}$$

Anche la seconda legge di Newton **vale solo nei sistemi di riferimento inerziali**.

Consideriamo ora due particelle di massa $\mathbf{m_1}$ ed $\mathbf{m_2}$ che interagiscono tra di loro soltanto (m_1 ed m_2 costituiscono un **sistema isolato**), avremo che la **quantità di moto totale P** vale

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

Se il sistema è isolato allora per la prima legge di Newton abbiamo che **P = costante**, pertanto

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt} = 0$$

$$m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} = -m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt}, \quad \frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

Quindi

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \qquad (3)$$

La (3) è la formulazione della **terza legge di Newton o principio di azione e reazione**:

Quando due particelle risentono solo della loro mutua interazione, la forza agente sulla prima è uguale e contraria a quella agente sulla seconda

La scrittura $\mathbf{F}_{12}$ rappresenta la forza esercitata da 2 su 1

La (3) si può anche vedere come

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{costante} \qquad (4)$$

La (4) è il **principio di conservazione della quantità di moto**

Note sulle leggi di Newton

Prima legge

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{costante}$$

La prima legge ci dice che, se **su una particella non agiscono forze**, essa persiste nel suo stato di moto rettilineo uniforme o di quiete.
Le forze sono quantità vettoriali, pertanto **l'effetto di più forze applicate ad una stessa particella è uguale** a quello ottenuto applicando alla particella la forza **risultante di tutte le forze $\mathbf{F}_{ris}$**.
Se $\mathbf{F}_{ris} = 0 \rightarrow$ lo **stato di moto della particella non varia**. Di conseguenza riformuliamo la legge d'inerzia:

Se su un corpo non agiscono forze oppure agiscono più forze con forza risultante F_{ris} = 0, il corpo permane nel suo stato di moto, se è in moto, o di quiete, se è in quiete.

Seconda legge

$$\vec{F}_{ris} = \frac{d\,\vec{p}}{dt} = m\,\vec{a}$$

La seconda legge è una relazione vettoriale tra **a** e **F_{ris}**, essa ci dice che **F_{ris} || a**, ovvero che **l'accelerazione impressa al corpo è sempre nella direzione della F_{ris}**, e **l'intensità di a dipende solo dall'intensità di F_{ris}**. Nella seconda legge non compare la velocità del corpo, ma solo la sua massa e l'accelerazione a cui è soggetto → **a parità di F_{ris} applicata ad uno stesso corpo l'accelerazione impressa non dipende dalla velocità con cui viaggia il corpo** (vero fino a quando non siamo a velocità relativistiche). Nella cinematica abbiamo visto che

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Non abbiamo proceduto oltre con il processo di derivazione di **r**, ovvero non ci siamo chiesti se la derivata di ordine 3 di **r** ci avrebbe potuto fornir informazioni sul moto del corpo.

La seconda legge ci dice che **non è necessario ricorrere a derivate di ordine superiore al secondo**, per **r**, in quanto il parametro che misura l'interazione del corpo con l'ambiente esterno è l'**accelerazione**.
La seconda legge può venire utilizzata in due modi

dati F_{ris}, **m**	**dati m, moto**
trovo moto	**trovo** F_{ris}
metodo deduttivo	**metodo induttivo**
progettazione di dispositivi	**progresso della fisica**

Infine se **conosciamo** F_{ris} **e il moto** possiamo ricavare la **massa inerziale** m_i del corpo.

Terza legge

$$\boxed{\vec{F}_1 = -\vec{F}_2}$$

La terza legge ci dice che **non esistono forze isolate**, un'interazione tra due corpi produce un effetto su entrambi

Massa gravitazionale e massa inerziale

Ci possiamo chiedere se la massa che compare nella prima legge sia la stessa che otteniamo quando pesiamo un corpo.Inizialmente manteniamo separate le due definizioni e parliamo di **massa inerziale m_i** in relazione alla **legge d'inerzia** e **massa gravitazionale m_g** quando ci riferiamo alla **massa ottenuta con una bilancia**

- **m_i**: misura quanto difficile è per una data forza modificare il moto di un corpo (la sua **p**)
- **m_g**: misura quanto intensamente un corpo è attratto dalla terra

Sperimentalmente si nota che **aumentando m_i aumenta anche m_g**
Osserviamo due corpi di massa diversa che cadono

$$\vec{F}_{P_1} = m_{g_1}\vec{g} \text{ e } \vec{F}_{P_2} = m_{g_2}\vec{g}$$

Le accelerazioni dei due corpi sono a_1 e a_2, quindi applicando la seconda legge, otteniamo

$$m_{i_1}\vec{a}_1 = m_{g_1}\vec{g} \text{ e } m_{i_2}\vec{a}_2 = m_{g_2}\vec{g}$$

$$\vec{a}_1 = \frac{m_{g_1}}{m_{i_1}}\vec{g} \quad \text{e} \quad \vec{a}_2 = \frac{m_{g_2}}{m_{i_2}}\vec{g}$$

$$\Rightarrow \quad a \propto \frac{m_g}{m_i}$$

Galileo aveva, prima di Newton, stabilito che tutti i corpi cadono con la stessa accelerazione

Accelerazioni uguali → **m_g/m_i ha lo stesso valore per tutti i corpi** → **è una costante della fisica**

Il valore del **rapporto m_g/m_i** dipende dalla scelta delle unità di misura delle due masse, che **è una scelta arbitraria**

$$\frac{m_g}{m_i} = 1 \Rightarrow m_g \equiv m_i$$

Sperimentalmente si ha

$$\frac{m_g}{m_i} - 1 < 5 \cdot 10^{-9}$$ Esperimento di Eötvös

$$\frac{m_g}{m_i} - 1 < 3 \cdot 10^{-11}$$ Esperimento di Dicke (1960)

Alcune forze particolari

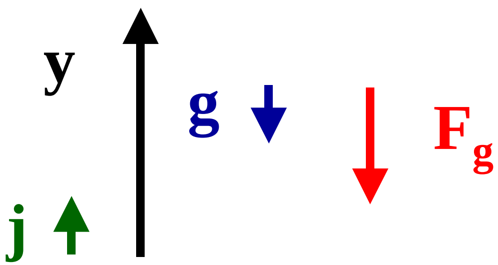
Forza gravitazionale

E' la forza che agisce su un corpo attirandolo verso un altro (di solito la Terra). Si indica con $\mathbf{F_g}$ ed è una forza **diretta verso il centro della Terra**, quindi è diretta verso il **basso** ed è **verticale** (agisce sempre).
La terra viene considerata un **sistema inerziale**.
In assenza di attriti, un corpo di massa m scende verticalmente in **caduta libera** con a = **g** e su di esso agisce solo la **forza gravitazionale**.
Applichiamo la **seconda legge di Newton** dopo aver scelto come **riferimento l'asse y orientato verso l'alto**.

Vettorialmente allora si ha

$$\vec{F}_{ris} = m\vec{a}, \ F_{ris_y} = ma_y$$

$$-F_g = -mg \Rightarrow F_g = mg$$



$$\vec{F}_g = -F_g \vec{j} = -mg\vec{j} = m\vec{g}$$

g = 9.8 m/s^2

Peso

Il **peso P** di un corpo è il modulo della forza netta necessaria per evitare che il corpo cada, quindi per **controbilanciare la forza di gravità**. Consideriamo un corpo con accelerazione **a = 0**. Sul corpo agiscono $\mathbf{F_g}$ e P che bilancia F_g. Applicando la 2^ legge di Newton lungo l'asse y orientata verso l'alto

$$F_{risy} = ma_y \Rightarrow P - F_g = m \cdot 0$$

$$\Rightarrow P = F_g$$

Se il terreno viene considerato un sistema di riferimento inerziale abbiamo che il **peso P di un corpo è uguale al modulo della forza di Gravità $\mathbf{F_g}$ agente sul corpo**. Infine

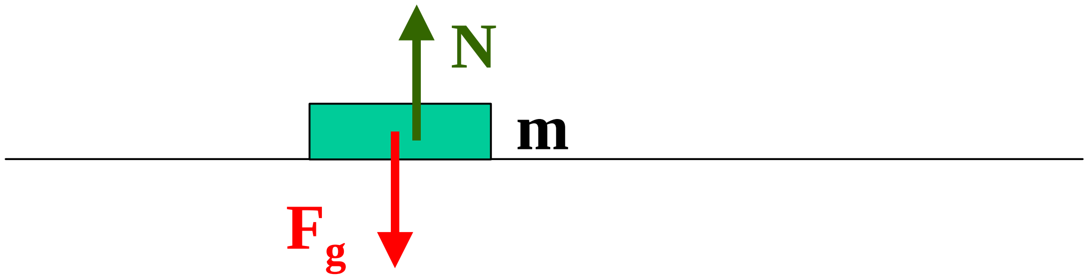
$$P = mg$$

Peso è proporzionale alla massa m del corpo, varia al variare del valore di g. Il peso va determinato sempre **rispetto ad un sistema di riferimento inerziale** altrimenti ciò che si ottiene è il ***peso apparaente***.

Il peso di un corpo non va confuso con la sua massa

Forza normale

E' la **forza con cui una superficie si oppone alla deformazione** causata da un corpo appoggiato su di essa. La forza normale **N è sempre** ^ **alla superficie** e può essere anche chiamata reazione vincolare della superficie. **N è sempre applicata al corpo m.**



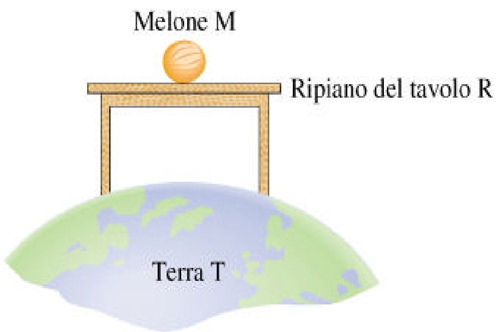
Se il corpo l'accelerazione a_y del corpo m è nulla si ottiene

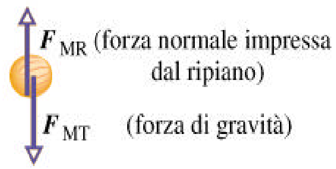
$$F_{ris_y} = ma_y, \; N - F_g = ma_y$$

$$a_y = 0 \Rightarrow N - mg = 0$$

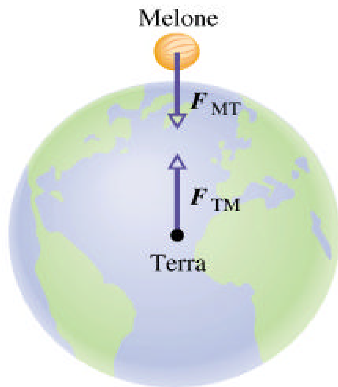
$$N = mg$$

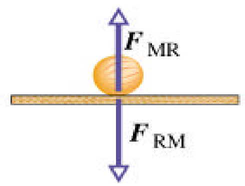
Analizziamo più a fondo la reazione vincolare N. Sul corpo di massa M agisce la **forza di gravità $\mathbf{F_{MT}}$** dovuta all'attrazione gravitazionale della Terra e la **forza normale esercitata dal tavolo $\mathbf{F_{MR}}$**.





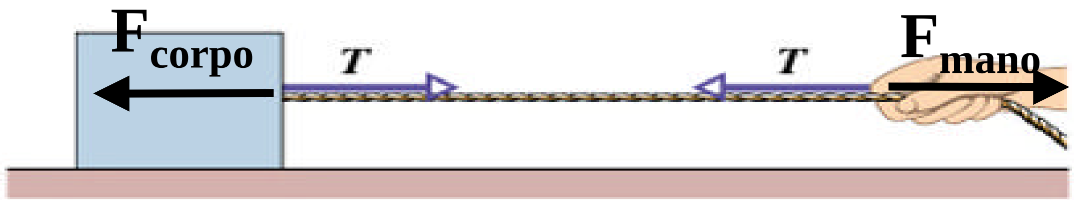
Quindi $\mathbf{F_{MT}}$ e $\mathbf{F_{MR}}$ **non sono** una coppia di azione e reazione; la **reazione a $\mathbf{F_{MT}}$** è applicata al centro della Terra ed è dovuta all'attrazione gravitazionale esercitata da M sulla Terra, la **reazione a $\mathbf{F_{MR}}$ è $\mathbf{F_{RM}}$ applicata al tavolo** ed è dovuta al corpo M.





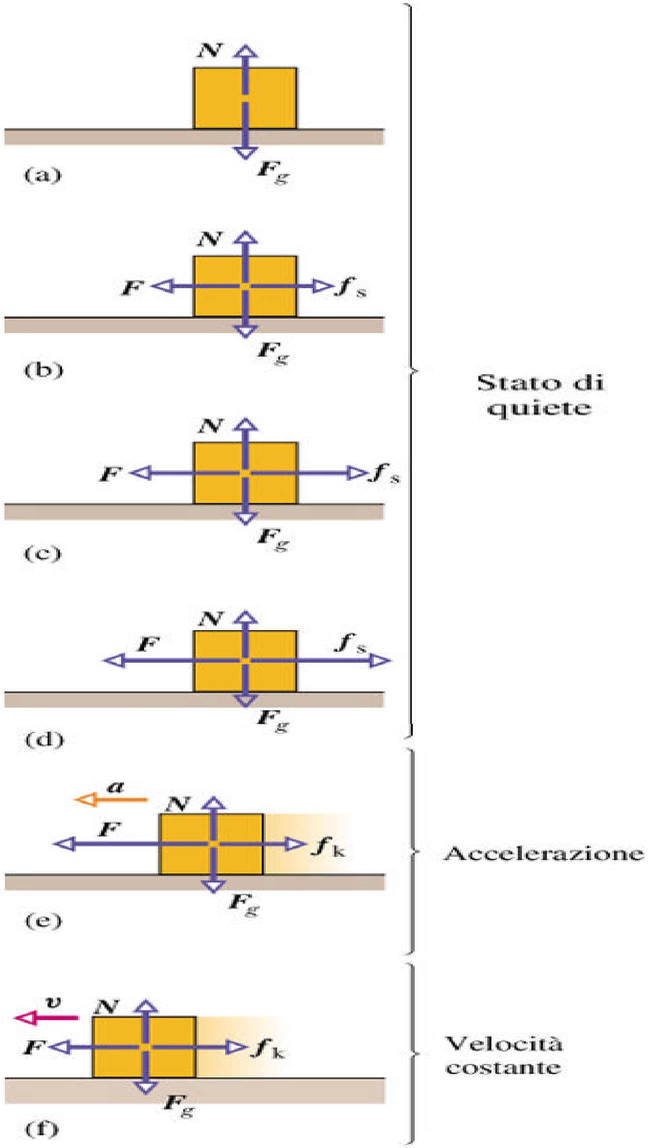
Tensione

Una fune o un cavo può essere tirata fino ad essere tesa, in queste condizioni essa esercita una **tensione T sul corpo** a cui è collegata e **diretta come la fune** nel **verso di allontanamento dal corpo** stesso.



La fune agisce contemporaneamente sul corpo M e sulla mano. **F_{corpo} e T sono una coppia di azione e reazione così come F_{mano} e T**. A priori non possiamo dire se T sulla mano è uguale a T che agisce sul corpo, se però la fune è in quiete o si muove con velocità costante, allora le due tensioni sono uguali. In generale la fune è soggetta ad una accelerazione, pertanto non potremmo dire che T è costante lungo la fune, si ricorre quindi ad un artifizio, ovvero **si considerano sempre funi con massa nulla o trascurabile rispetto alle masse in gioco, e inestensibili** ® a un corpo privo di massa non si può applicare la seconda legge di Newton.

Forze di attrito

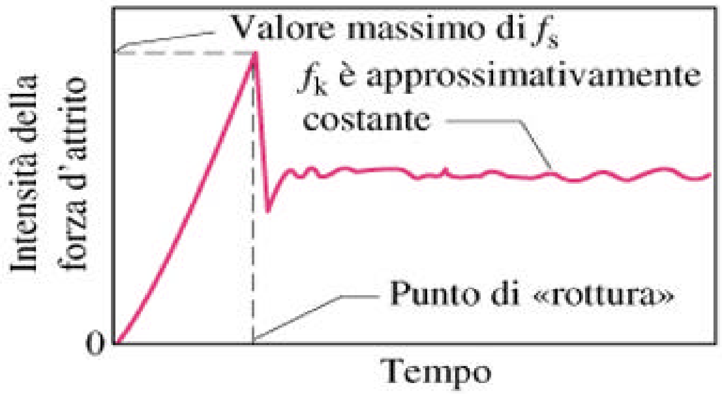


Il corpo è in quiete e non ci sono forze in direzione x.

Il corpo viene tirato con una forza F orizzontale, ma resta fermo per azione della forza di **attrito statico f_s** in modulo uguale ad F.

Per un dato valore di F il corpo si mette in moto, ora la forza orizzontale tra piano e corpo si chiama **forza di attrito dinamico f_k**.

Se vogliamo che il corpo si muova con velocità costante dobbiamo ora diminuire la forza F, perché $f_k < f_s^{max}$.



Se tentiamo di far scivolare un corpo su una superficie non lubrificata, sperimentalmente si trova

1. Se il **corpo** è in **quiete F = f_s, f_s è antiparallela a F**
2. **f_s non è costante**, ma varia a seconda del valore di F fino ad un **valore massimo** dato da

$$f_s^{\max} = m_s N$$

dove m_s **è il coefficiente di attrito statico** ed **N** è l'intensita della **reazione vincolare** in direzione **normale** al piano. Si ha **moto se F > f_s^{max}**.

$$f_k = m_k N$$

3. Quando il corpo si muove la **forza di attrito si mantiene costante**

m_k **è il coefficiente di attrito dinamico** e in genere è

$$m_k < m_s$$

I coefficienti di attrito sono quantità **adimensionali**, sono determinate sperimentalmente e dipendono dalle due superfici a contatto.
La **direzione** della forza di attrito **è la stessa del moto**, mentre il **verso è opposto** a quello del moto.
La **forza di attrito e la reazione vincolare normale**, nel loro insieme, forniscono la **reazione vincolare** del piano al corpo di massa m.

Resistenza del mezzo e velocità limite

Anche quando un oggetto si muove in un **fluido** (gas o liquido) si hanno delle forze di attrito, solitamente chiamate **resistenza del mezzo D** (nel caso dell'aria si parla di **resistenza aerodinamica**). Consideriamo **corpi tondeggianti**, **aria** e moti in cui si creino delle **turbolenze nell'aria a valle del corpo**; in questi casi si trova che

$$D = \frac{1}{2} C r \, A v^2$$

Dove **C è il coefficiente di resistenza aerodinamica o coefficiente di resistenza del mezzo**, r **è la massa volumica** (massa per unità di volume) dell'aria, **A è l'area efficace della sezione trasversale** del corpo e **v è la velocità del corpo**. Consideriamo casi in cui C è costante e vediamo cosa avviene per un corpo in caduta libera nell'aria

$$F_{ris\,y} = m a_y, \; D - F_g = m a_y$$

D aumenta quadraticamente con la velocità del corpo e ad un certo istante **uguaglia in modulo F_g ® a_y = 0**

Da questo istante in poi **D rimane costante** perché v non varia e il **corpo cade con una velocità costante chiamata velocità limite v_t**

$$\frac{1}{2} C r \; A v_t^2 - F_g = 0$$

$$v_t = \sqrt{\frac{2 F_g}{C r \; A}}$$

Dinamica del moto circolare uniforme

Dalla cinematica sappiamo che nel moto circolare uniforme la **velocità lineare v** resta **costante in modulo**, ma **non in direzione**, pertanto al moto è associata un'accelerazione che, puntando sempre verso il centro della circonferenza, viene detta **centripeta**, il suo modulo vale

$$a = \frac{v^2}{R}$$

Applichiamo ora la seconda legge di Newton

$$\vec{F}_{ris} = m\vec{a}_n \Rightarrow F_{ris} = m\frac{v^2}{R}$$

Dato che **v è costante in modulo**, lo sono **pure a_c e F_{ris}**.
Inoltre **F_{ris} ha la stessa direzione di a_c**.
Va sottolineato che **la forza centripeta non è un nuovo tipo di forza**, essa è il risultato di una forza di tipo qualunque.
La forza centripeta è una **forza apparente** che siamo costretti ad introdurre per poter spiegare il moto in certe circostanze.