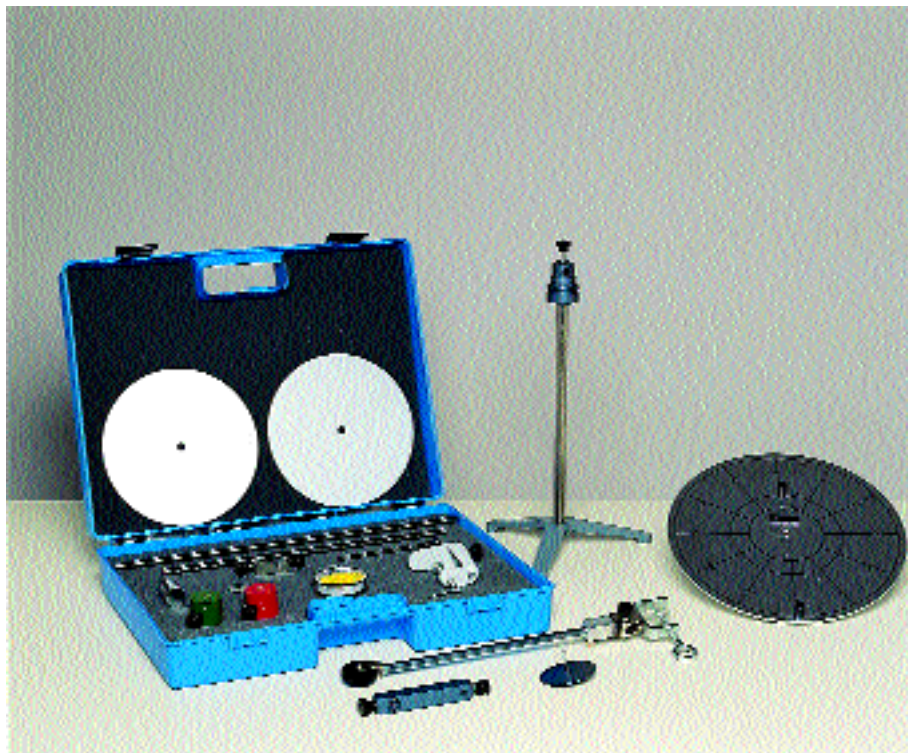


MOTO ROTATORIO: UN PERCORSO DIDATTICO

Introduzione

La cinematica e la dinamica dei moti rotatori vengono spesso affrontate a scuola, per ragioni di tempo, in maniera affrettata. Inoltre nei laboratori tradizionali sono pochi gli esperimenti quantitativi realizzabili in un ristretto margine di tempo. La tecnica MBL e gli apparati che presentiamo consentono di risolvere questi problemi permettendo di svolgere in poco tempo esperimenti quantitativi e significativi per una più efficace comprensione dei fenomeni in esame.

Descrizione degli esperimenti realizzabili con il Kit



Il kit 8109 (Apparecchio per lo studio del moto rotatorio) consente di realizzare una serie di esperimenti relativi alla cinematica e dinamica del moto rotatorio e al momento d'inerzia di corpi in rotazione.

Al kit va aggiunto il sensore di distanza (cod. 8001) e il sistema di acquisizione dati online costituito dall'unità CBL, dalla calcolatrice TI89 e dal software Physics.

Tra quelli possibili qui verranno fornite indicazioni relative ai seguenti esperimenti:

1. Moto rotatorio uniformemente accelerato
2. Determinazione della relazione tra accelerazione angolare e momento della forza
3. Misura dinamica del momento d'inerzia
4. Trasformazione dell'energia potenziale in energia cinetica di traslazione e rotazione

Apparato sperimentale comune ai vari esperimenti

Si predispone l'apparato come è mostrato in figura; sul sostegno rotante su cuscinetti a sfere si bloccano, con l'apposita vite, i dischi di alluminio (fig. 1) o l'asta orizzontale che sostiene le masse scorrevoli (ultima fig. 2). Il sostegno rotante è munito di pulegge / scanalature di diverso diametro per l'avvolgimento del filo di trazione; un piccolo foro sul bordo delle pulegge consente di bloccare il filo di trazione. Questo, dopo essere stato avvolto attorno alla puleggia, viene fatto passare su una carrucola a basso attrito, fissata con un'asta, fino a giungere al piattello portapesi riflettore, su cui si collocano eventualmente le masse tarate.

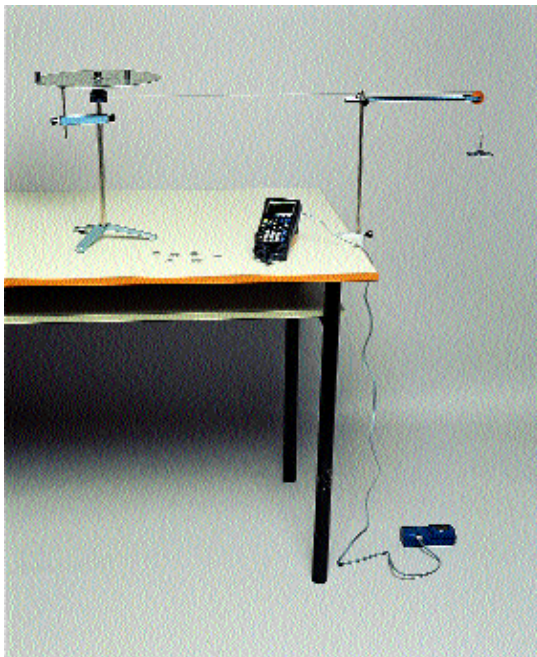


Figura1

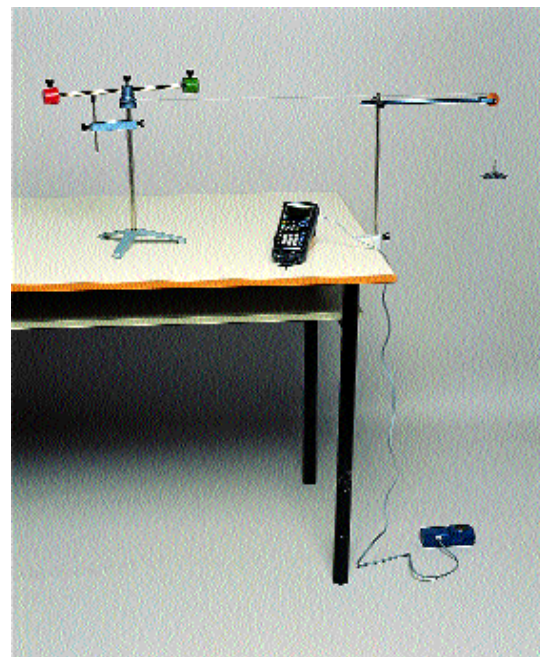


Figura 2

Sotto il piattello, sul pavimento, è collocato il sensore di distanza a ultrasuoni. Occorre predisporre il montaggio avendo cura che la distanza fra il sonar e la posizione minima raggiunta dal piattello non sia inferiore a 40 cm, portata minima del sonar.

Esperimento 1: Moto rotatorio uniformemente accelerato

[misure di riferimento nel file ESP1.89C]

Nella meccanica dei moti traslatori sappiamo che un corpo, sottoposto all'azione di una forza, accelera, con accelerazione proporzionale alla forza risultante. Ci si chiede ora come sarà il moto di un sistema rotante attorno a un asse fisso, a cui viene applicato il momento di una forza. Il sistema rotante è costituito dall'apparecchio per lo studio del moto rotatorio (cod.8109) con il montaggio che appare nella fig. 1; sulla testa rotante sono fissati i due dischi di alluminio. Il momento della forza viene esercitato dal filo avvolto attorno alla puleggia, trainato dal piattello portapesi. Per impostare i tempi di acquisizione conviene fare una prova preliminare, lasciando scendere il piattello portapesi e misurando con un cronometro il tempo di discesa; è opportuno impostare un valore del tempo di acquisizione tale da non comprendere anche l'eventuale risalita del piattello, al termine della corsa di discesa; sono dati che poi andrebbero eliminati

con perdita di tempo in classe. Indicativamente la raccolta di venti, trenta dati, con periodo di campionamento attorno al decimo di secondo è più che sufficiente per raccogliere la parte più significativa del moto di discesa.

Un esempio di misura è il seguente

Intervallo di campionamento: 0,1 s

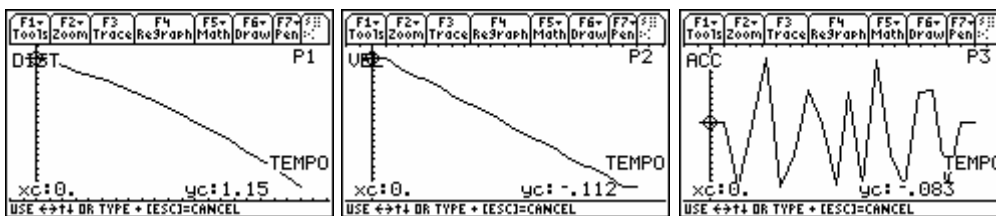
Dati raccolti: 40

Sistema rotante costituito da due dischi di alluminio sovrapposti

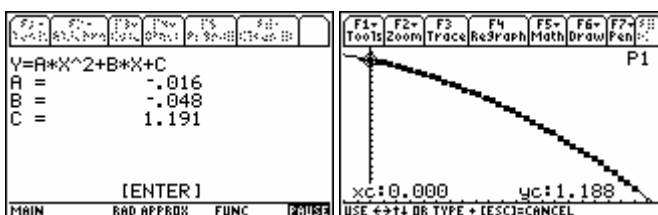
Forza di traino: piattello portapesi e masse tarate ($m = 40,06$ g)

Puleggia di avvolgimento: quella di massimo diametro, pari a 3,98 cm

In figura sono riportati i grafici rispettivamente della posizione, della velocità e della accelerazione in funzione del tempo.

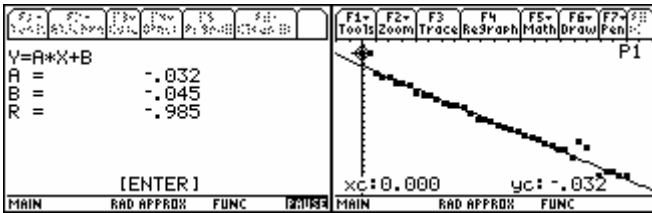


L'osservazione dell'andamento, di tipo parabolico, del grafico della posizione, suggerisce che il moto in esame sia uniformemente accelerato; l'ipotesi appare confermata dal secondo grafico, quello della velocità in funzione del tempo, ad andamento rettilineo; poco significativo per il nostro scopo risulta il terzo grafico: le oscillazioni dei dati appaiono molto grandi a quella scala e non consentono considerazioni significative; riteniamo quindi più opportuno ricavare il valore dell'accelerazione del moto dal grafico $x(t)$, mediante l'equazione della curva di interpolazione. Facendo eseguire al programma l'interpolazione di tipo parabolico tra la posizione e il tempo, si ottengono i risultati e la curva riportati nelle due figure seguenti.



L'equazione oraria del moto uniformemente accelerato è del tipo $x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0$, quindi il coefficiente del termine di secondo grado, -0.016, corrisponde a metà dell'accelerazione, che risulta pertanto uguale a -0,032. Il segno negativo è conseguenza del fatto che nel sistema di acquisizione l'origine delle distanze coincide con la posizione del sonar e il verso positivo è in allontanamento verso l'esterno, mentre in questo caso il piattello si avvicina al sonar.

E' interessante, anche per confronto, ricavare l'accelerazione dal valore della pendenza della retta di interpolazione lineare nel grafico della velocità in funzione del tempo; le figure mostrano i risultati, in questo caso -0,032 m/s² per il coefficiente angolare e la retta di interpolazione sovrapposta ai dati sperimentali.



L'accelerazione ricavata è quella di traslazione del piattello portatesi; poiché questo è collegato, tramite un filo inestensibile, alla puleggia del sistema rotante, su cui è arrotolato senza scivolare, è lecito ricavare l'accelerazione angolare α del sistema moltiplicando l'accelerazione di traslazione per il raggio della puleggia. In questo caso si ottiene:

$$\alpha = a \cdot r = 0.032 \text{ m/s}^2 \times 1.99 \times 10^{-2} \text{ m} = 0.064 \text{ m/s}^2$$

Esperimento 2: Determinazione della relazione tra accelerazione angolare e momento della forza

[misure di riferimento nel file ESP2.89C]

Constatato che il sistema rotante, sotto l'azione del momento di una forza, si muove di moto accelerato, si può ricercare una relazione tra l'accelerazione angolare α e il momento della forza M .

Si ripete l'esperimento descritto nel punto precedente modificando ogni volta il valore delle masse tarate collocate sul piattello portapesi, in modo da modificare il momento della forza semplicemente cambiando la forza. Al termine di ogni misura si annotano sul quaderno di lavoro i valori ottenuti per l'accelerazione lineare a e quelli della massa appesa.

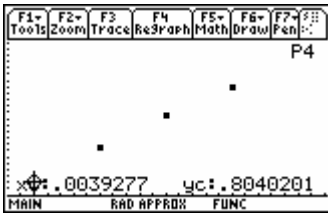
Finite le acquisizioni, si abbandona il programma Physics e si apre un file nuovo di Data/Matrix Editor per elaborare i dati raccolti.

Come si vede dalla figura, la colonna c1 contiene i valori della massa di traino, da cui moltiplicando per 9.81 si ottiene, in colonna c2, il valore della forza di traino; in colonna c3 i valori del momento della forza sono calcolati moltiplicando il valore della forza (colonna c2) per il raggio della puleggia (di diametro 3,98 cm) su cui è avvolto il filo che collega il sistema rotante al piattello portapesi. Nella colonna c4 sono stati inseriti i valori dell'accelerazione lineare precedentemente misurati e annotati. Dividendo questi valori per il raggio si ottiene l'accelerazione angolare (colonna c5)

F1- Tools	F2- Plot Setup	F3- Cell	F4- Header	F5- Calc	F6- Util	F7- Stat
DATA	m(kg)	F(N)	M(kgm...)			
	c1	c2	c3			
1	.02014	.19737	.00393			
2	.04006	.39259	.00781			
3	.06027	.59065	.01175			
4	.08027	.78665	.01565			
c3=c2*.0398/2						

F1- Tools	F2- Plot Setup	F3- Cell	F4- Header	F5- Calc	F6- Util	F7- Stat
DATA	a(m/s...)	α (1/s...)	M/ α			
	c4	c5	c6			
1	.016	.80402	.00489			
2	.032	1.608	.00486			
3	.048	2.4121	.00487			
4	.062	3.1156	.00502			
c6=c3/c5						

L'osservazione diretta del fenomeno durante le misure permette di notare che aumentando la forza traente aumenta l'accelerazione del sistema, lasciando ipotizzare una relazione di proporzionalità diretta tra le due grandezze. Si può ottenere una prima, rapida, verifica dell'ipotesi calcolando nella colonna c6 il rapporto tra le due grandezze M ed α : i valori risultano molto vicini fra loro. Per approfondire l'analisi si costruisce dapprima il grafico del momento M in funzione dell'accelerazione angolare α :



Osservato l'andamento lineare, si ricerca la retta di interpolazione e la si traccia sul grafico $M(\alpha)$. Il coefficiente $a = 0.05049$ della retta di interpolazione è il coefficiente di proporzionalità tra le due grandezze ed è il momento d'inerzia del sistema.



Esperimento 3: La misura dinamica del momento d'inerzia

[misure di riferimento nel file ESP3.89C]

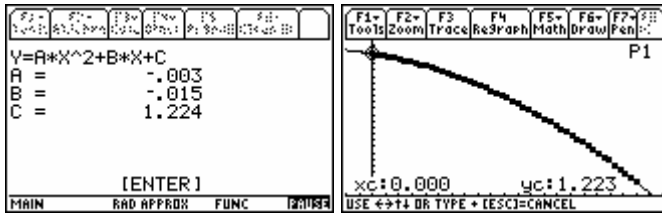
Il coefficiente angolare della retta di interpolazione del grafico precedente rappresenta la costante di proporzionalità tra le due grandezze M , momento della forza ed α , accelerazione angolare; questa costante è il momento d'inerzia I ; il suo valore risulta in questo caso $\approx 0,0050 \text{ kg m}^2$.

Controlliamo il risultato determinando per via teorica il momento d'inerzia del sistema rotante. Esso è costituito da due dischi di alluminio sovrapposti, praticamente identici per massa e dimensioni, fissati alla testa rotante. Dai dati (spessore 3,85 mm, diametro 22,0 cm, massa: 409 g) si calcola il momento d'inerzia di ciascun disco, che risulta pari a $0,00248 \text{ kg m}^2$. Il momento d'inerzia totale è: $0,00496 \text{ kg m}^2 \approx 0.0050 \text{ kg m}^2$, in buon accordo con il risultato ottenuto.

Possiamo servirci di questo procedimento per determinare il momento d'inerzia nei casi in cui la sua determinazione per via teorica risulta troppo complessa per le capacità e conoscenze di uno studente di scuola secondaria.

Un caso può essere quello di un sistema a "manubrio", costituito da un'asta orizzontale, ruotante attorno a un asse verticale passante per il suo centro e munita di due masse scorrevoli poste alla sua estremità (vedi fig. pag.26 in basso). Applicando un momento di forza M pari a 0.023 N m , si ottiene, dal programma di acquisizione, seguendo lo stesso procedimento dei casi precedenti, un'accelerazione lineare di 0.006 m/s^2 , e angolare $\alpha = 0.006 \text{ m/s}^2 / 2.0 \times 10^{-2} \text{ m} = 0.30 \text{ rad/s}^2$; il momento d'inerzia risulta quindi:

$$I = M / \alpha = 0.023 \text{ N m} / 0.30 \text{ rad/s}^2 = 0.078 \text{ kg m}^2$$



Alcune precisazioni

Nelle analisi precedenti sono state fatte alcune approssimazioni.

1. E' stato ritenuto trascurabile il ruolo esercitato dalla piccola puleggia su cui scorre il filo di trazione, dato il suo piccolissimo momento di inerzia.
2. E' stato calcolato il momento della forza come prodotto della forza peso del piattello portatesi (e delle eventuali masse tarate aggiunte) per il raggio della puleggia attorno a cui è avvolto il filo. Il realtà sul sistema rotante l'unica forza agente è solo la tensione esercitata dal filo, collegato all'altro estremo al piattello portatesi. Questa tensione non vale mg , (essendo m la massa del sistema di trazione), ma $mg - ma = m(g - a)$, dove a è l'accelerazione lineare del sistema che scende. Solo se $a \ll g$ l'approssimazione introdotta è accettabile. Nelle misure effettuate l'accelerazione misurata andava da 0.016 m/s^2 a 0.078 m/s^2 , contro 9.8 m/s^2 di quella gravitazionale, che risulta quindi da circa 100 a 600 volte maggiore.

Esperimento 4: Trasformazione dell'energia potenziale in energia cinetica di traslazione e rotazione

[misure di riferimento nel file ESP4.89C]

Quando il piattello portatesi con le masse aggiunte scende di un tratto h , l'energia potenziale gravitazionale subisce una variazione $\Delta U = \Delta mgh$. A questa variazione, per il principio di conservazione dell'energia, corrisponde un incremento della energia cinetica traslazionale $\frac{1}{2} mv^2$ del piattello e dell'energia cinetica rotazionale $\frac{1}{2} I\omega^2$ del sistema rotante (si considera trascurabile l'energia assorbita dal moto della puleggia di sospensione del filo). L'energia meccanica totale del sistema rimane costante.

Per verificare se questo avviene nel corso degli esperimenti con il sistema rotante, faremo ricorso all'ambiente DME (Data/Matrix Editor) per l'analisi dei dati.

Se sono stati salvati in file i dati degli esperimenti descritti nei punti precedenti, il modo più semplice di procedere è quello di aprire con DME il file salvato in Physics, conservare le colonne c1 (tempo), c4 (posizione), c5 (velocità), ed eliminare tutte le altre. Le colonne c1, c2, c3, a cui sono stati aggiunti i titoli, appaiono come nella figura seguente:

F1- Tools	F2- Plot Setup	F3- Cell	F4- Header	F5- Calc	F6- Unit	F7- Stat
DATA	t(s)	x(m)	v(m/s)			
	c1	c2	c3			
1	0.	1.1828	-.0486			
2	.1	1.1781	-.0486			
3	.2	1.1731	-.0514			
4	.3	1.1678	-.0542			
c1.Title="t(s)"						
MAIN	RAD APPROX	FUNC				

Nelle successive tre colonne si calcolano le energie potenziali, cinetica traslazionale e cinetica rotazionale. Per l'energia $U = mgh$, si utilizza per h il valore della colonna c1 con le

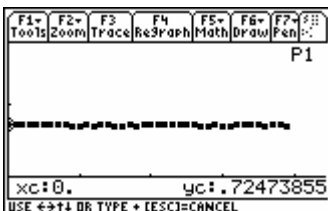
posizioni, per l'energia cinetica traslazionale $\frac{1}{2} mv^2$, la velocità è quella della colonna c3; per l'energia cinetica rotazionale $\frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} I (v/r)^2$, si utilizzano ancora i dati della colonna c3 per la velocità, aggiungendo i valori di I e di r del caso in esame, come si può vedere nella figura seguente.

F1- Tools	F2 Plot Setup	F3 Cell	F4 Header	F5 Col	F6- Wk1	F7 Stat
DATA	U	Ec	Ecrot			
	c4	c5	c6			
1	.69863	7.1E-5	.02603			
2	.69584	7.1E-5	.02603			
3	.69289	7.9E-5	.02906			
4	.68977	8.8E-5	.03232			
c4=9.8*c2*.06027						
MAIN RAD APPROX FUNC						

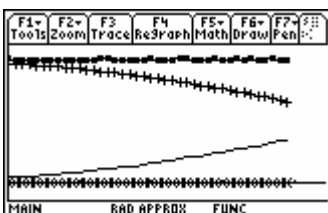
Infine nella colonna c7 si sommano le tre forme di energia:

F1- Tools	F2 Plot Setup	F3 Cell	F4 Header	F5 Col	F6- Wk1	F7 Stat
DATA	Ec	Ecrot	Etot			
	c5	c6	c7			
1	7.1E-5	.02603	.72474			
2	7.1E-5	.02603	.72195			
3	7.9E-5	.02906	.72204			
4	8.8E-5	.03232	.72218			
c7=c4+c5+c6						
MAIN RAD APPROX FUNC						

L'analisi dei dati della colonna mostra che l'energia meccanica si è conservata nel corso della misura. Per visualizzare tale andamento si può costruire un grafico dell'energia totale in funzione del tempo:



E' interessante anche osservare l'andamento delle varie forme di energia, riportate nello stesso grafico (vedi figura seguente); la linea superiore è quella dell'energia totale, la linea decrescente corrisponde all'energia potenziale gravitazionale, la linea crescente corrisponde all'energia cinetica di traslazione, mentre quella di rotazione, in questa scala del grafico, appare in basso, quasi orizzontale, facendo concludere che il suo contributo al bilancio energetico è, in questo caso, piccolo.



5.