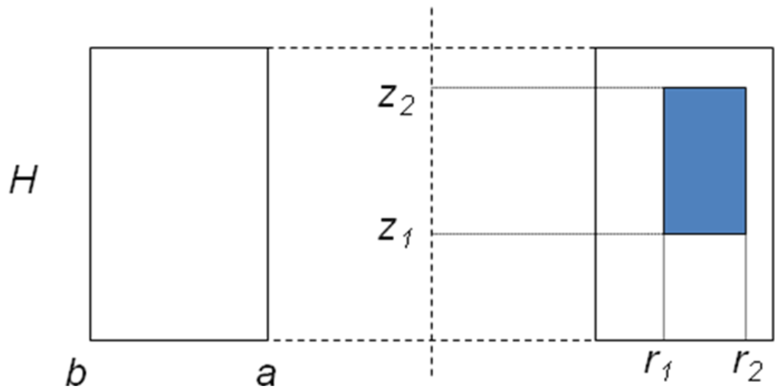
Elettrodinamica

È dato un toroide a sezione rettangolare di dimensioni *H* e *b-a* (vedi figura) composto di *N* spire. All'interno del toroide, su una sezione azimutale, è posta una spira rettangolare di dimensioni l_z e l_r.



Trovare

a) l'induttanza mutua tra il toroide e la spira.

La spira sia percorsa da corrente constante;

b) supposto che essa si muova di moto oscillatorio sul piano di sezione (senza uscire dal toroide) in direzione *z* con velocità istantanea *v(t),* determinare la fem indotta nella bobina del toroide.

c) Supposto che la spira si muova di moto oscillatorio sul piano di sezione (senza uscire dal toroide) in direzione *r* con velocità istantanea *v(t),* determinare la fem indotta nella bobina del toroide.

Soluzione

a) La mutua induttanza *M* si trova calcolando il flusso del campo generato dal toroide attraverso la spira:

$$M = \frac{\Phi\left(B_{tor} \mid S_{spira}\right)}{i_{tor}} = \frac{1}{i_{tor}} \iint_{S_{spira}} \vec{B}_{tor} \cdot d\vec{A} = \int_{z_1}^{z_2}\int_{r_1}^{r_2} \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{N}{r}\,drdz = \frac{\mu_0}{2\pi} N\left(z_2 - z_1\right)\log\frac{r_2}{r_1}$$

b) la fem è nulla in quanto il flusso non cambia quando la spira si muove lungo *z*.

c) la fem si calcola come

$$fem = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\left(Mi_{spira}\right)}{dt} = -\frac{dM}{dt} i_{spira} = -i_{spira}\frac{\mu_0}{2\pi} Nl_z \frac{d}{dt}\left(\log\frac{r_2}{r_1}\right) =$$

$$= -i_{spira}\frac{\mu_0}{2\pi} Nl_z \frac{1}{r_1 r_2}\left(v_2 r_1 - r_2 v_1\right) = i_{spira}\frac{\mu_0}{2\pi} Nl_z \frac{v}{r_1 r_2}\left(r_2 - r_1\right)$$

l'ultimo passaggio vale poiché le velocità dei due estremi sono uguali. Infine:

$$fem = i_{spira}\frac{\mu_0}{2\pi} Nl_z l_r \frac{v(t)}{r_1(t)\left(r_1(t) + l_r\right)}$$

Ottica geometrica

E` dato uno specchio convesso di raggio *R*. Quali sono le posizioni per cui un oggetto virtuale avra` un'immagine reale?

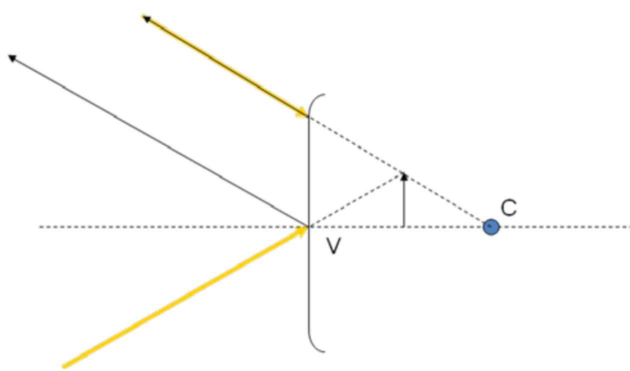
a) rispondere con un'analisi algebrica;

b) rispondere con un'analisi grafica.

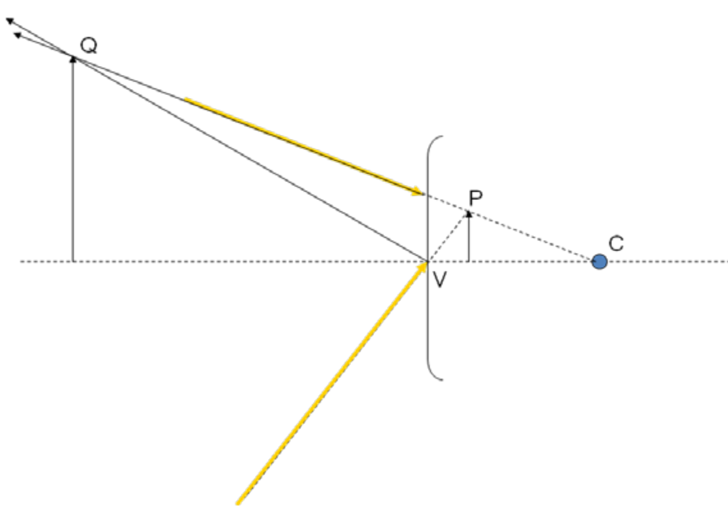
Soluzione

a) usando l'eq. degli specchi, ricaviamo la posizione dell'immagine: $\frac{1}{i}=\frac{2}{R}-\frac{1}{o}$. Per la convenzione dei segni, *o* e *R* sono negativi. Affinche' l'immagine sia reale occorre che *i* sia positivo, e ciò accade quando $\frac{2}{R}-\frac{1}{o}>0$, ovvero per $|o|<\frac{|R|}{2}$, cioè l'oggetto deve trovarsi tra il vertice e il fuoco.

b) Quando l'oggetto si trova sul fuoco, l'immagine è all'infinito.



Se si trova a SX del fuoco i raggi riflessi convergono e si ha un'immagine reale. Viceversa se l'oggetto si trova a DX del fuoco i raggi divergono e si ha un'immagine virtuale.



Relativita`

Un'onda luminosa puo` essere considerata come un insieme di fotoni, particelle di massa a riposo nulla. Consideriamo un urto centrale tra un fotone (di energia ε, qdm p) ed un elettrone nel sistema S del laboratorio. L'elettrone (di energia E, qdm P, massa *m*) sia inizialmente fermo, il fotone abbia energia iniziale nota ε_i , e dopo l'urto rimbalzi *all'indietro* con qdm p_f (vedi figura).

a) scrivere la relazione tra quantita` di moto *p* ed energia ε del fotone;

b) scrivere la conservazione dell'energia e la conservazione della quantita` di moto del sistema (fotone + elettrone) tra stati iniziale e finale;

c) determinare la qdm finale P_{ef} dell'elettrone;

d) determinare l'energia finale ε_f del fotone;

Suggerimento: usare p_f , $P=P_{ef}$ come incognite.

Soluzione

a) Per una particella di massa nulla la relazione e` $\varepsilon = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} = pc$

b) l'energia iniziale del sistema: $E_i = \varepsilon_i + E_{ei} = p_i c + mc^2$

l'energia finale $E_f = \varepsilon_f + E_{ef} = p_f c + \sqrt{P^2c^2 + m^2c^4}$

<u>la conservazione dell'energia</u>: $p_i c + mc^2 = p_f c + \sqrt{P^2c^2 + m^2c^4}$

La quantita` di moto iniziale del sistema: $\vec{P}_i = \vec{p}_i + \vec{P}_{ei} = \vec{p}_i$

la qdm finale $\vec{P}_f = \vec{p}_f + \vec{P}_{ef}$

<u>la conservazione della qdm</u>: $\vec{p}_i = \vec{p}_f + \vec{P}_{ef}$ e in termini scalari: $p_i = -p_f + P_{ef}$

abbiamo cosi' due eqq. in due incognite: p_f , $P_{ef} = P$. Risolvendo il sistema otteniamo

c) $$P = p_i \frac{2p_i + 2mc}{2p_i + mc} \qquad p_f = p_i \frac{mc}{2p_i + mc}$$

d) $$\varepsilon_f = \varepsilon_i \frac{mc^2}{2\varepsilon_i + mc^2}$$