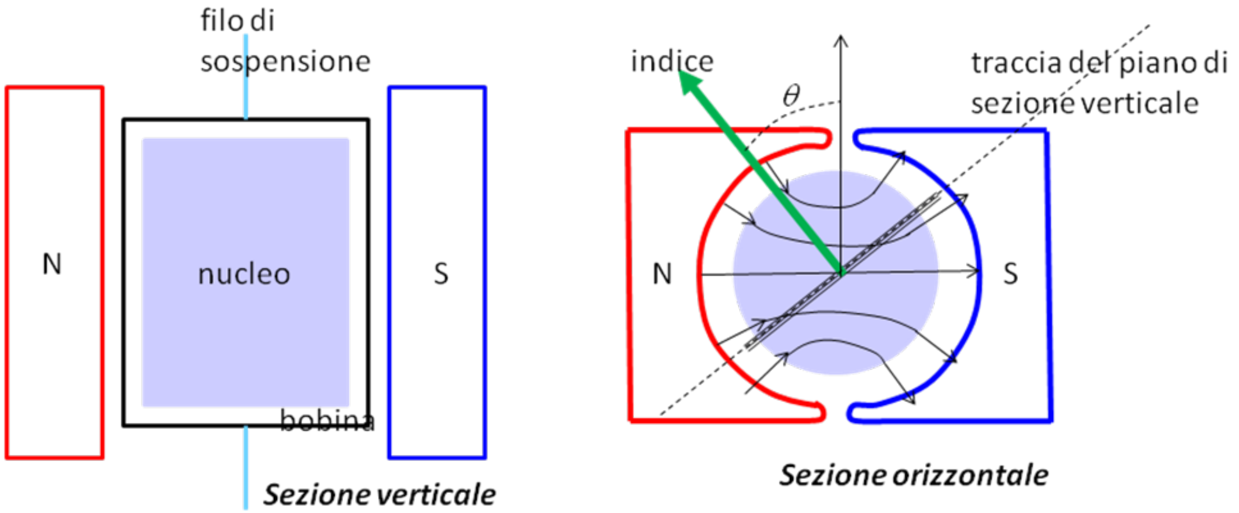
Elettrodinamica

Un amperometro a bobina mobile è costituito da un sottile pacchetto di N spire rettangolari. La bobina (di base $2a$, altezza h e resistenza R_b) è posta attorno ad un nucleo di ferro di forma cilindrica ed è libera di ruotare attorno a un filo di sospensione verticale, coincidente con l'asse del cilindro.



Attorno al nucleo vi sono due espansioni polari opportunamente sagomate, in modo che il campo magnetico nel traferro (cioè tra le espansioni ed il nucleo) sia il più radiale e uniforme possibile. L'indice dello strumento, solidale e perpendicolare alla bobina, in assenza di corrente circolante nella bobina, assumerebbe (vedi sezione orizzontale) la direzione verso l'alto. Quando la bobina è percorsa da corrente, la forza di Lorentz fa ruotare la bobina (e l'indice) di un angolo θ. A questo movimento si oppone il momento meccanico di torsione elastica del filo di sospensione.

a) Con riferimento alle linee di campo tracciate in figura, determinare il flusso del campo B attraverso la bobina (suggerimento: come superficie di flusso usare S che ha come bordo la bobina ed è la metà della superficie cilindrica che 'aderisce' al nucleo; sfruttare la simmetria del sistema e fare attenzione alle linee di campo entranti e uscenti; trascurare il flusso attraverso le basi);
b) supposto che l'amperometro sia in serie ad un carico di resistenza R, determinare la corrente indotta dal moto della bobina.

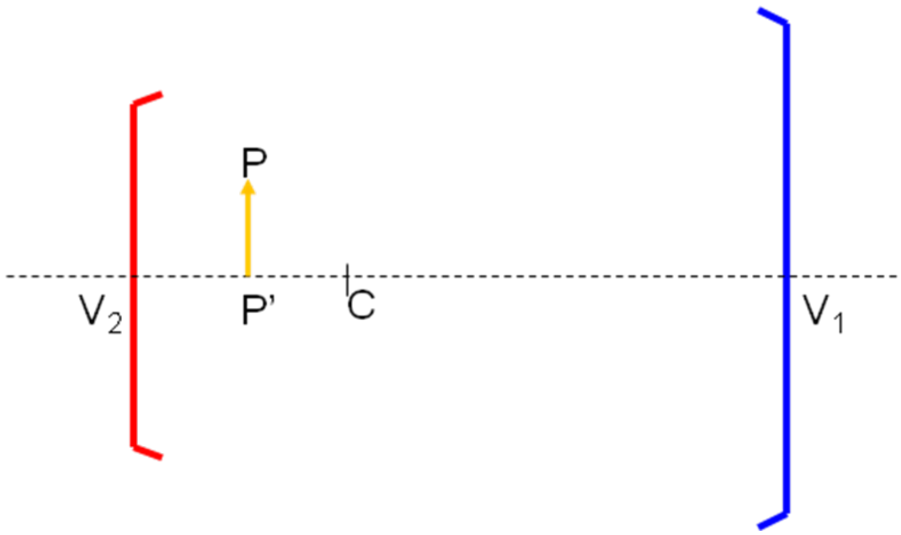
Soluzione

a) Il flusso è definito come $\Phi(B) = N\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{a}$ e poiché il campo è con buona approssimazione radiale e uniforme, il prodotto scalare nell'integrale sarà negativo e pari a $-Bda$ o positivo e uguale a Bda. Per tale motivo, i contributi relativi agli intervalli angolari $\left[-\pi+\theta, -\frac{\pi}{2}\right]$ e $\left[-\frac{\pi}{2}, -\theta\right]$ si compenseranno. Rimangono solo i contributi relativi all'intervallo $[-\theta, \theta]$ che in totale danno un flusso di $\Phi(B) = NBA(2\theta) = NB2a\theta h$ ove A è l'area della porzione di superficie laterale di ampiezza 2θ.

b) La corrente autoindotta è data da $i = \frac{fem}{R_b + R} = \frac{1}{R_b + R}\left(-\frac{d\Phi}{dt}\right)$. Inserendo l'espressione trovata per il flusso otteniamo $i = -\frac{2ahBN}{R_b + R}\frac{d\theta}{dt}$.

Ottica geometrica

È dato uno strumento ottico formato da due specchi concavi, coassiali, di raggi rispettivi R_1=12 cm (specchio di destra) e R_2=6 cm (specchio di sinistra), posti a distanza $V_1 V_2 = d$=18 cm. Un oggetto è posto a distanza o_1=15 cm dallo specchio di destra.



Trovare col metodo algebrico:

a) la prima immagine formata dallo specchio di destra;

b) la seconda immagine, cioè l'immagine della prima immagine, formata dallo specchio di sinistra (attenzione che ora la luce proviene da destra);

c) la terza immagine, cioè l'immagine della seconda immagine, formata dallo specchio di destra;

d) gli ingrandimenti di ciascun passaggio e l'ingrandimento totale.

Soluzione

a) Applichiamo la legge degli specchi: $\frac{1}{o_1}+\frac{1}{i_1}=\frac{2}{R_1}$, da cui $\frac{1}{i_1}=\frac{2}{R_1}-\frac{1}{o_1}=\frac{2}{12}-\frac{1}{15}=\frac{1}{10}$, quindi $i_1 = 10cm$.

b) Applichiamo di nuovo la legge degli specchi, determinando preliminarmente la distanza oggetto dallo specchio di sinistra: $o_2 = d - i_1 = 18 - 10 = 8cm$;
$\frac{1}{o_2}+\frac{1}{i_2}=\frac{2}{R_2}$, da cui $\frac{1}{i_2}=\frac{2}{R_2}-\frac{1}{o_2}=\frac{2}{6}-\frac{1}{8}=\frac{5}{24}$, e $i_2 = \frac{24}{5}cm = 4.8cm$.

c) Troviamo la distanza oggetto dallo specchio di destra:

$o_3 = d - i_2 = 18 - \frac{24}{5} = \frac{66}{5} cm = 13.2cm$, e quindi applichiamo la legge degli specchi

$\frac{1}{i_3} = \frac{2}{R_1} - \frac{1}{o_3} = \frac{2}{12} - \frac{5}{66} = \frac{1}{11}$, quindi $i_3 = 11cm$.

d) L'ingrandimento dei vari passaggi e`:

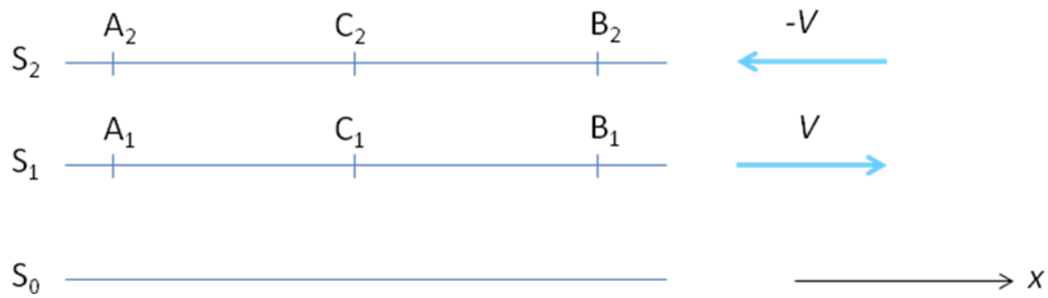
$$G_1 = -\frac{i_1}{o_1} = -\frac{10}{15} = -\frac{2}{3};\ G_2 = -\frac{i_2}{o_2} = -\frac{24/5}{8} = -\frac{3}{5};\ G_3 = -\frac{i_3}{o_3} = -\frac{11}{66/5} = -\frac{5}{6}$$

e quello totale:

$$G_{tot} = G_1 G_2 G_3 = \left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{5}{6}\right) = -\frac{1}{3}.$$

Relatività

Sono dati tre sistemi di riferimento S_0, S_1, S_2. S_1 si muova di moto rettilineo uniforme lungo x con velocità V rispetto a S_0 e S_2 con velocità $-V$ rispetto a S_0 (vedi figura).



In S_1 è presente, a riposo, un regolo A_1B_1 e in S_2, sempre a riposo, un regolo A_2B_2, entrambi di lunghezza propria L.

Si richiede di:

a) trovare la lunghezza del segmento A_2B_2, misurata nel sistema S_0;

b) stabilire quale delle seguenti espressioni rappresenta la velocità relativa u dei sistemi S_1, S_2:

$$u = \frac{2V}{1-(V/c)^2}, \quad u = 2V, \quad u = \frac{2V}{1+(V/c)^2}, \quad u = 0.$$

Dare un motivo per cui le altre tre espressioni non sono corrette.

c) Trovare la lunghezza del segmento A_1B_1, misurata nel sistema S_2, in funzione di V.

Soluzione

a) La lunghezza è data da $L' = \dfrac{L}{\gamma} = L\sqrt{1-(V/c)^2}$

b) L'espressione corretta è la terza. Le prime due non possono essere giuste poiché per velocità V prossime a c, u risulterebbe maggiore di c. La quarta è scorretta poiché implicherebbe che rispetto a S_0 i sistemi S_1 e S_2 si muovano con la stessa velocità, non con velocità opposta.

c) La lunghezza è data da $L'' = \dfrac{L}{\gamma'} = L\sqrt{1-(u/c)^2} = L\dfrac{1-(V/c)^2}{1+(V/c)^2}$