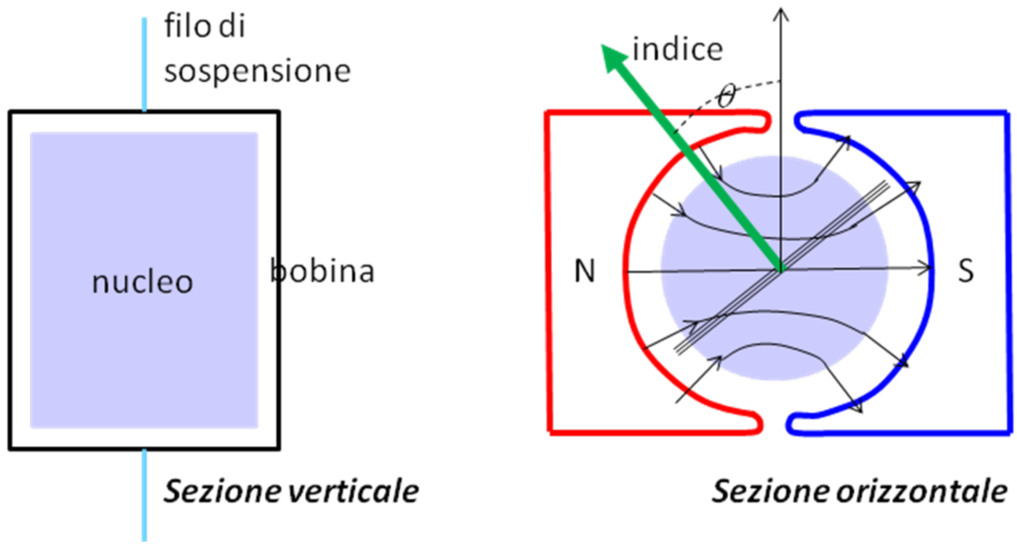
Elettrodinamica

Un amperometro a bobina mobile e` costituito da un sottile pacchetto di $N$ spire rettangolari. La bobina (di base $2a$ e altezza $h$) e` posta attorno ad un nucleo di ferro di forma cilindrica ed e` libera di ruotare attorno a un filo di sospensione verticale, coincidente con l'asse del cilindro.



Attorno al nucleo vi sono due espansioni polari opportunamente sagomate, in modo che il campo magnetico nel traferro (cioe` tra le espansioni ed il nucleo) sia il piu` radiale e uniforme possibile. L'indice dello strumento, solidale con la bobina, in assenza di corrente circolante nella bobina, assumerebbe (vedi sezione orizzontale) la direzione verso l'alto. Quando la bobina e` percorsa da corrente la forza di Lorentz fa ruotare la bobina (e l'indice) di un angolo θ. A questo movimento si oppone il momento meccanico di torsione elastica del filo di sospensione.

Determinare:

a) il momento dovuto alla forza di Lorentz, supposta nota la corrente i circolante nella bobina e il campo magnetico B nel traferro (supporre che il campo sia uniforme su tutta l'altezza della bobina);
b) il momento dovuto all'elasticita` del filo;
c) l'equazione del moto della bobina (trascurando il momento frenante dovuto alla variazione di flusso magnetico nella bobina causato dalla rotazione). Si indichi con I il momento d'inerzia della bobina rispetto all'asse di rotazione.

Soluzione

a) Il momento e` la somma dei momenti dovuti ai due lati verticali della spira, e ciascuno di questi e` dato dal prodotto tra il braccio $\vec{a}$ e la forza di Lorentz $\vec{F}_L = ihBN\hat{\theta}$. Il momento e` inoltre diretto lungo l'asse verticale:
$\vec{\tau}_L = 2aF_L\hat{k} = 2aihBN\hat{k}$
b) Il momento elastico e` diretto lungo l'asse verticale, ma con verso opposto al momento elettrodinamico, e` inoltre proporzionale, secondo una costante α, all'angolo di torsione θ:
$\vec{\tau}_{el} = -\alpha\theta\hat{k}$.
c) L'equazione del moto e` infine: $I\dfrac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\tau}_L + \vec{\tau}_{el}$, ovvero, in termini scalari:

$$I\frac{d\omega}{dt} = 2aihBN - \alpha\theta \ .$$

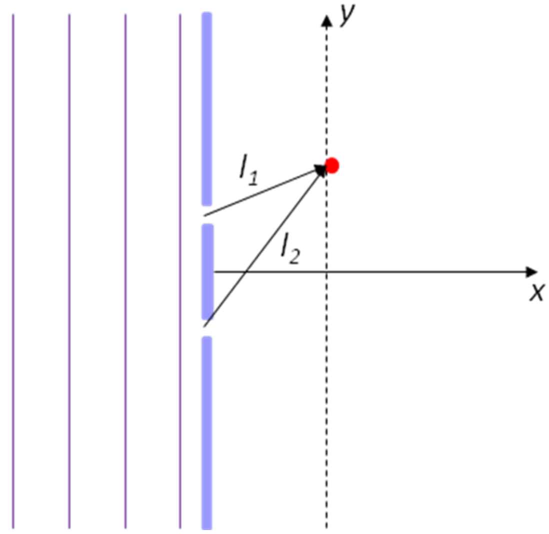
Riordinando ed esprimendo in termini delle derivate di θ:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\alpha}{I}\theta = \frac{2aihBN}{I}$$

che e` l'equazione del moto armonico, con posizione di equilibrio $\theta_{eq} = \dfrac{2aihBN}{\alpha}$.

Onde

Un'onda piana sulla superficie di un liquido, di frequenza f = 2 Hz e velocita` v = 2 m/s, incide perpendicolarmente su uno schermo che porta due fenditure distanti d = 2 m. Si vuole misurare la posizione del primo massimo di interferenza con un rivelatore posto in un punto a distanza D = 2 m dallo schermo.



Determinare :

a) il cammino 'ottico' l dalla fenditura alla posizione del rivelatore, per ciascuna fenditura, in funzione della posizione y del rivelatore;

b) la posizione y_1 del massimo laterale del primo ordine.

Soluzione

La lunghezza d'onda e` $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2}{2} = 1m$.

a) Il cammino ottico relativo alla fenditura alta e`

$$l_1 = \sqrt{D^2 + (y - d/2)^2} = \sqrt{5 - 2y + y^2}$$

e quello relativo alla fenditura bassa e`

$$l_2 = \sqrt{D^2 + (y + d/2)^2} = \sqrt{5 + 2y + y^2}$$

b) Per ottenere un massimo d'interferenza, la differenza di cammino dev'essere uguale a un multiplo di lunghezza d'onda:

$$l_2 - l_1 = \sqrt{5 + 2y + y^2} - \sqrt{5 - 2y + y^2} = n\lambda$$

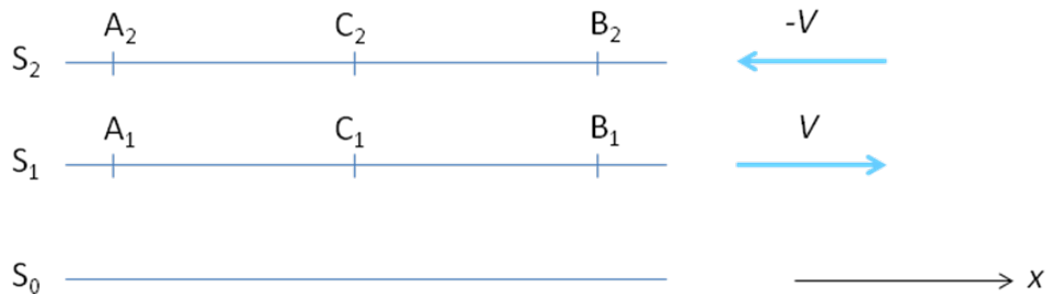
semplificando si ottiene $4y^2(4 - n^2\lambda^2) = n^2\lambda^2(20 - n^2\lambda^2)$ da cui

$y = \frac{n\lambda}{2}\sqrt{\frac{20 - n^2\lambda^2}{4 - n^2\lambda^2}}$ e il primo massimo si trova in

$$y_1 = \frac{\lambda}{2}\sqrt{\frac{20 - \lambda^2}{4 - \lambda^2}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{20 - 1}{4 - 1}} = 1.26m$$

Relativita`

Sono dati tre sistemi di riferimento S_0, S_1, S_2. S_1 si muova di moto rettilineo uniforme lungo *x* con velocita` *V* rispetto a $S_0$ e $S_2$ con velocita` -*V* rispetto a S_0 (vedi figura).



In S_1 e` presente, a riposo, un regolo A_1B_1 e in S_2, sempre a riposo, un regolo A_2B_2, entrambi di lunghezza propria *L*. C_1, C_2 siano i punti medi dei due regoli. Quando i punti C_1, C_2 coincidono (si supponga che i regoli A_1B_1 e A_2B_2 giacciano sulla stessa retta), parte un lampo di luce da $C_1=C_2$ che si propaga in tutte le direzioni.

Detto $t(P)$ il tempo di arrivo del lampo nel generico punto P, si richiede di

a) ordinare cronologicamente nel sistema S_1 i tempi di arrivo del lampo nei punti A_1 , B_1, A_2, B_2. Giustificare l'ordinamento.
b) ordinare cronologicamente nel sistema S_0 i tempi di arrivo del lampo nei punti A_1 , B_1, A_2, B_2. Giustificare l'ordinamento.

Soluzione

a) Nel sistema S_1 i punti A_1, B_1 sono fermi ed equidistanti da C_1, quindi i tempi di arrivo sono uguali: $t(A_1)=t(B_1)$. Il segmento A_2 B_2 risulta contratto, per cui il punto B_2 si trova tra B_1 e C_1 e inoltre avvicina a C_1, quindi la luce impieghera` meno tempo a raggiungere tale punto, rispetto ai punti precedenti. Il punto $A_2$ si trova tra $A_1$ e $C_1$ e ma si allontana da $C_1$, per cui non e` immediato capire quanto tempo impiega la luce per raggiungerlo. Si dimostra che tale tempo e` maggiore rispetto ai punti $A_1$ e $B_1$ quindi l'ordinamento e`
$$t(B_2)<t(A_1)=t(B_1)<t(A_2)$$

b) Nel sistema S_0 il punto A_2 si allontana da $C_1=C_2$, e il punto B_2 si avvicina a $C_1=C_2$, quindi la luce impieghera` piu` tempo a raggiungere A_2 che B_2: $t(A_2)>t(B_2)$. Lo stesso ragionamento si puo` applicare ai punti A_1 , B_1, ottenendo: $t(B_1)>t(A_1)$.

   Inoltre, vista la simmetria dei sistemi S_1, S_2 rispetto a S_0, avremo
$$t(B_2)=t(A_1)<t(B_1)=t(A_2)$$