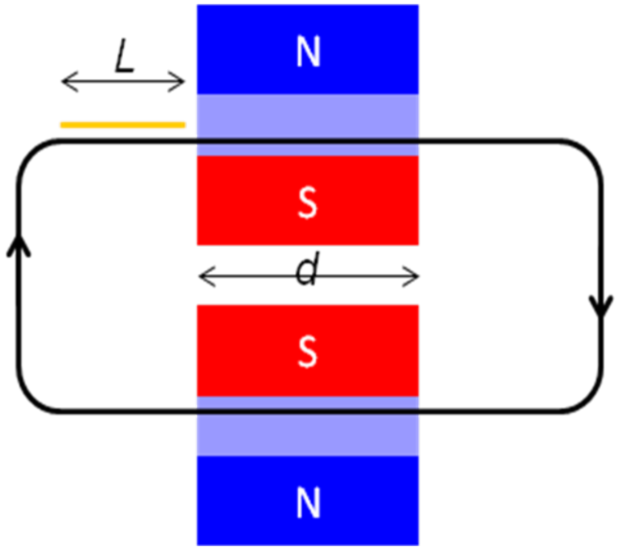
Elettrodinamica

Una spira quadrata di lato *L* e` montata su un nastro chiuso che scorre con velocita` *v* tra le espansioni polari di due magneti (vedi figura). Sia *l* la lunghezza del nastro e *d(>L)* la larghezza delle espansioni polari.



Per semplicita` di calcolo si supponga che il campo magnetico *B* sia uniforme tra le espansioni polari e nullo al di fuori di esse. Trovare

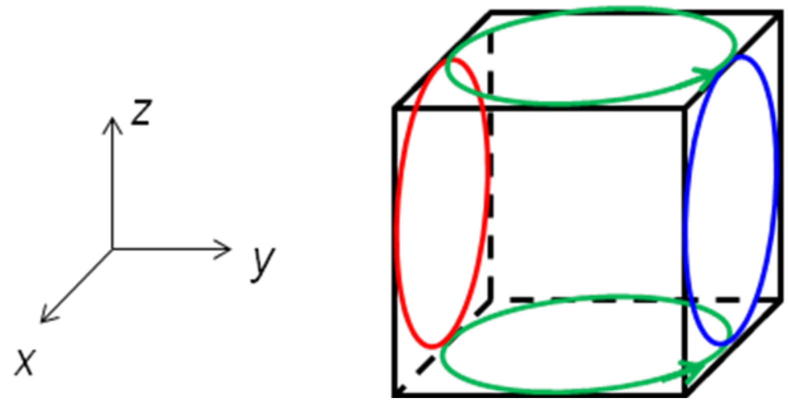
a) il valore della fem indotta nella spira, in funzione del tempo, in un intervallo di tempo pari ad un periodo di moto *T* del nastro.
b) Si determini quanto a lungo, all'interno del ciclo, la fem e` diversa da zero.
c) Rispondere alla domanda (a) nel caso in cui la polarita` del magnete inferiore venga invertita.

Soluzione

a) Prima che la spira entri tra le espansioni polari del primo magnete la fem e` nulla. Quando la spira e` in parte entrata tra le espansioni e in parte e` ancora fuori, la fem e`:
$$fem = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{-BdA}{dt} = \frac{BLvdt}{dt} = BLv$$
Quando la spira e` tutta contenuta tra le espansione polari la fem e` di nuovo nulla. Quando la spira e` in parte uscita dalle espansioni e in parte e` ancora dentro, la fem assume lo stesso valore che all'entrata, ma con segno opposto: $-BLv$. Quando la spira e` uscita la fem e` nulla. La successione si ripete uguale per il secondo magnete.
b) La fem e` diversa da zero mentre la spira entra ed esce dalle espansioni, quindi per un tempo di quattro volte il tempo di transito: $\tau = 4\frac{L}{v}$
c) La fem relativa al primo magnete non cambia; il segno della fem relativa al secondo magnete e` opposto rispetto al punto (a).

Elettromagnetismo

Due spire circolari uguali, di diametro *L*, giacciono rispettivamente sulla faccia *xy* superiore e inferiore di un cubo di lato *L*. Le correnti nelle due spire sono uguali ad *i*.



trovare

a) il campo magnetico nel centro C del cubo.

Sulle facce *xz* sinistra e destra del cubo giacciono due anelli di diametro *L* uniformemente carichi con densita` uguali in modulo e di segno rispettivamente positivo e negativo. Trovare

b) il campo elettrico nel centro del cubo.

Una particella di carica *q* positiva, si trova nel centro del cubo in un dato istante di tempo, con velocita` *v* diretta verso *x* positivo. Trovare

c) la forza magnetica ed elettrica agenti sulla particella (specificarne intensita`, direzione e verso).
d) trovare il valore di *v* per cui la forza totale agente sulla particella e` nulla nell'istante di tempo considerato.

Soluzione

a) Il campo magnetico si trova con la prima formula di Laplace, applicata ad un punto generico dell'asse della spira e con il principio di sovrapposizione applicato alle due spire. Il campo dovuto ad una spira di raggio *R*, per un punto a distanza *z* dal piano della spira e`

$$B = \frac{\mu_0}{2} i \frac{R^2}{\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}}$$

Per il centro del cubo *z=R=L/2* e tenuto conto del contributo di entrambe le spire, il campo diviene

$$B_C = 2\frac{\mu_0}{2} i \frac{(L/2)^2}{\left((L/2)^2 + (L/2)^2\right)^{3/2}} = \mu_0 i \frac{1}{\sqrt{2}L}$$

b) Analogamente si trova il campo elettrico di una spira per un punto generico dell'asse a distanza *y* dal piano della spira

$$E = \frac{1}{2\varepsilon_0} \lambda \frac{Ry}{\left(R^2 + y^2\right)^{3/2}}$$

Per il centro del cubo *y=R=L/2* e tenuto conto del contributo di entrambe le spire, il campo diviene

$$E_C = 2\frac{1}{2\varepsilon_0} \lambda \frac{(L/2)^2}{\left((L/2)^2 + (L/2)^2\right)^{3/2}} = \frac{\lambda}{\varepsilon_0} \frac{1}{\sqrt{2}L}$$

c) la forza magnetica e` $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}_C$ ovvero $\vec{F}_B = qvB_C \hat{i} \times \hat{k} = qvB_C \left(-\hat{j}\right)$; la forza elettrica $\vec{F}_E = q\vec{E}_C = qE_C \hat{j}$

d) la forza risultante e` nulla quando $qvB_C = qE_C$ ovvero per un valore della velocita` di

$$v = \frac{E_C}{B_C} = \frac{\lambda}{\mu_0 \varepsilon_0 i}$$

Ottica fisica

Uno schermo, illuminato con la sovrapposizione di due onde piane monocromatiche di lunghezza d'onda λ_1=700 nm e λ_2=420 nm, porta due fenditure parallele distanti d=0.5 mm. Avremo contemporaneamente interferenza per ciascuna onda. Ricordando l'espressione dell'intensita` per l'interferenza ($\alpha$ e` la direzione dei raggi uscenti dalla fenditura, rispetto alla direzione di incidenza)

$$I_{interf} = I_0 \cos^2\left(\pi \frac{d}{\lambda} \sin\alpha\right)$$

a) trovare la condizione per cui un massimo d'interferenza della prima onda coincide con un massimo della seconda.
b) Trovare la coppia di valori più piccoli per cui tale condizione è soddisfatta.
c) Potrebbe accadere che per due lunghezze d'onda arbitrarie tale condizione non possa mai essere soddisfatta? Giustificare la risposta.

Soluzione

a) I massimi d'interferenza si hanno quando la fase e` un multiplo di π. Per le due onde avremo

$$\pi \frac{d}{\lambda_1} \sin\alpha_1 = n_1\pi \qquad\qquad \pi \frac{d}{\lambda_2} \sin\alpha_2 = n_2\pi$$

affinche' i massimi coincidano occorre che gli angoli (e quindi i loro seni)

$$\sin\alpha_1 = n_1 \frac{\lambda_1}{d} \qquad\qquad \sin\alpha_2 = n_2 \frac{\lambda_2}{d}$$

siano uguali. Da qui segue $n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2$ ovvero $n_1 700 = n_2 420$

b) La coppia di valori minimi che verifica la condizione e` n_1 = 3, n_2 = 5.
c) Accade quando le due lunghezze d'onda non sono commensurabili.

Ottica geometrica

Vogliamo costruire un telescopio (del tipo di Galileo o di Keplero) avendo a disposizione cinque lenti, le cui distanze focali sono: +200 cm, -10 cm, +10 cm, +180 cm, -20 cm.

a) quali sono le possibili coppie per cui l'ingrandimento visuale *V* è maggiore (in valore assoluto) di 15 e la lunghezza *l* del telescopio è minore o uguale a 200 cm?
b) Se volessimo avere esattamente $|V|$=17 e l=144, quali sarebbero i valori delle distanze focali di obiettivo e oculare?

Soluzione

a) per costruire un telescopio occorre un obiettivo a grande focale, quindi le scelte possibili per l'obiettivo sono la 1 e la 4. Abbiamo cosi' le seguenti combinazioni di lenti: 12, 13, 15, 42, 43, 45.
Dalle definizioni

$$V = \frac{f_b}{f_c} \qquad\qquad l = f_b + f_c$$

otteniamo la seguente tabella:

coppia	12	13	15	42	43	45
V	-20	+20	-10	-18	+18	-9
l	190	210	180	170	190	160

le scelte possibili sono dunque la 12 e la 42 (telescopio kepleriano) e la 43 (telescopio galileiano).

b) Nel caso galileiano V=17, l=144, avremo il sistema

$$\frac{f_b}{f_c} = 17 \qquad\qquad f_b + f_c = 144$$

che risolto da\`

$$f_b = 136cm \qquad\qquad f_c = 8cm$$

Nel caso kepleriano V=-17, l=144, avremo il sistema

$$\frac{f_b}{f_c} = -17 \qquad\qquad f_b + f_c = 144$$

che risolto da\`

$$f_b = 153cm \qquad\qquad f_c = -9cm$$