Elettrodinamica

Una spira di area A e coefficiente di autoinduzione L trascurabile è immersa in un campo magnetico perpendicolare al piano della spira, uniforme e variabile nel tempo secondo la legge $B(t) = B_0 \sin \omega t$. La spira è parte di un circuito contenente, in serie, anche un condensatore di capacità C e una resistenza R.

a) Scrivere l'equazione del circuito.

Supposte trascurabili L e R, trovare

b) la massima d.d.p. ai capi del condensatore;

c) l'espressione della corrente in funzione del tempo.

Soluzione

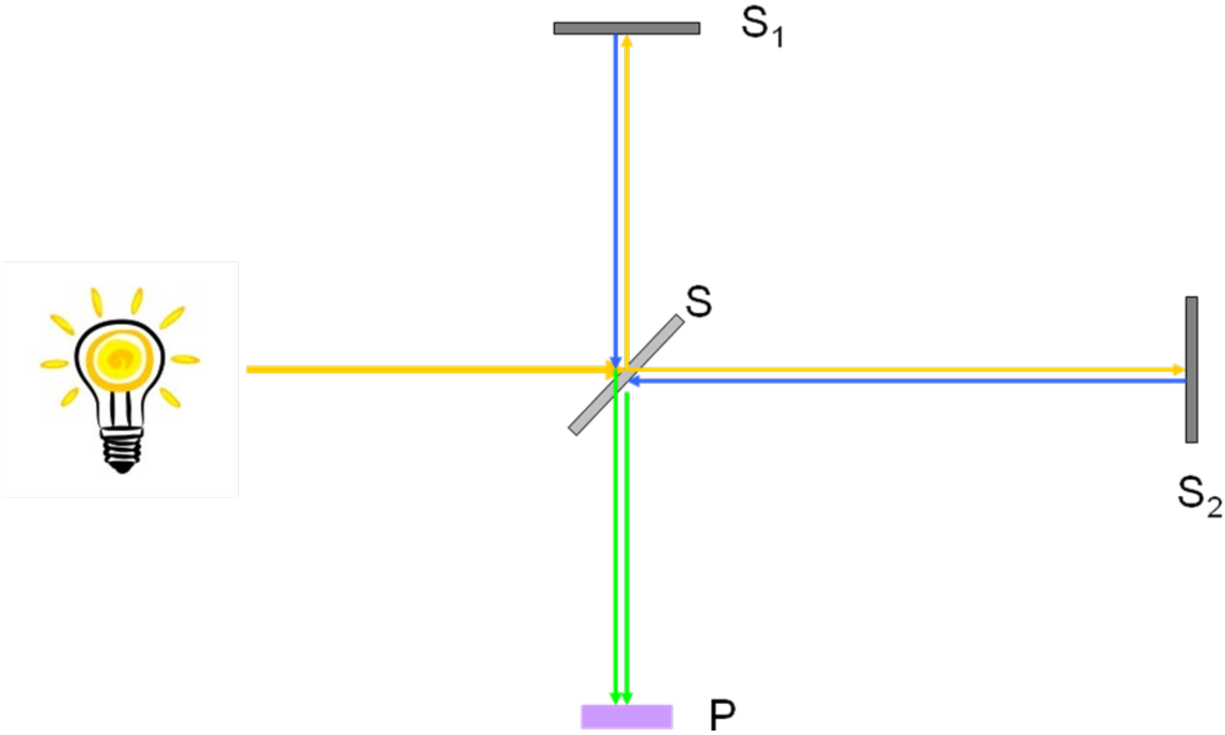
a) L'equazione del circuito è $E_B + E_L + V_C + V_R = 0$ ove E_B è la f.e.m. indotta dalla variazione del campo esterno B, E_L è la f.e.m. autoindotta, V_C è la caduta di potenziale ai capi del condensatore e V_R quella ai capi della resistenza, quindi $-\frac{d\Phi}{dt} - L\frac{di}{dt} - \frac{Q}{C} - Ri = 0$ che si riduce a $-\frac{d\Phi}{dt} - \frac{Q}{C} = 0$ trascurando L e R.

b) Per l'uniformità del campo il flusso vale AB e l'equazione diviene $\frac{d}{dt}(AB_0 \sin \omega t) + \frac{Q}{C} = 0$. La carica sul condensatore è data da $Q = -AB_0 C\omega \cos \omega t$, e il suo valore massimo è raggiunto dopo un quarto di periodo: $\Delta Q = -AB_0 C\omega \cos \omega t\Big|_0^{T/4} = AB_0 C\omega$. La massima d.d.p. è quindi $V_{\max} = \frac{\Delta Q}{C} = AB_0\omega$.

c) La corrente è data da $i = \frac{dQ}{dt} = AB_0 C\omega^2 \sin \omega t$.

Onde

Un'onda luminosa piana monocromatica di frequenza *f*, viene divisa da uno specchio semitrasparente S in due fasci perpendicolari. Il primo fascio viene riflesso da uno specchio S_1 posto a distanza l_1 da S e il secondo fascio da uno specchio S_2 posto a distanza l_2 ($\neq l_1$) da S.
I fasci riflessi si sovrappongono di nuovo, interferendo, tra S e il sensore P.



Trascurando lo sfasamento introdotto dallo specchio S, determinare

a) la differenza di fase tra il primo e il secondo fascio.

Sul braccio 1 viene inserita una lastra di materiale trasparente di indice di rifrazione n e spessore L.

b) Trovare il valore della lunghezza d'onda della luce nella lastra.

c) Quale dev'essere il valore di L affinché i due fasci risultino in fase?

Suggerimento: nel tratto SP la fase relativa dei due fasci non varia.

Soluzione

La fase acquisita dal raggio 1 è $\varphi_1 = \frac{2l_1}{\lambda}2\pi$ e quella del raggio 2 è $\varphi_2 = \frac{2l_2}{\lambda}2\pi$.

a) La differenza di fase tra i fasci è dunque $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2(l_1 - l_2)}{\lambda}2\pi$.

b) L'inserimento del materiale altera la velocità della luce e quindi la lunghezza d'onda della luce, che nella lastra vale $\lambda' = \frac{c/n}{f} = \frac{\lambda}{n}$.

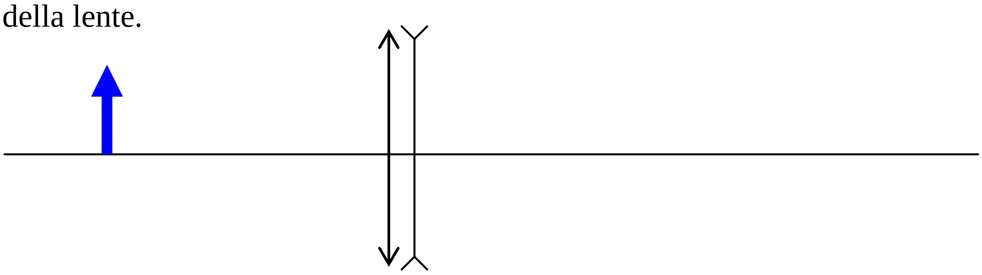
La fase acquisita ora dal raggio 1 è in parte dovuta al percorso in aria e in parte a quello nella lastra:

$$\varphi'_1 = \frac{2(l_1 - L)}{\lambda}2\pi + \frac{2L}{\lambda'}2\pi = \frac{2l_1}{\lambda}2\pi + \frac{2Ln}{\lambda}2\pi - \frac{2L}{\lambda}2\pi = \frac{2l_1}{\lambda}2\pi + \frac{2L(n-1)}{\lambda}2\pi .$$

c) Affinché i due fasci siano in fase occorre che $\varphi_1' = \varphi_2$ e quindi L soddisfi $L = \frac{l_2 - l_1}{n-1}$.

Ottica geometrica

È data una lente convergente sottile di focale f_1=10 cm. Un oggetto esteso è posto a distanza di 50 cm a sinistra della lente.



Determinare, con metodo algebrico e geometrico,
a) la posizione e l'ingrandimento dell'immagine.
Una seconda lente sottile, divergente, di focale f_2=-20 cm è posta a contatto a destra della prima.
Determinare, con metodo algebrico e geometrico,
b) la posizione dell'immagine dello stesso oggetto e l'ingrandimento dovuto al sistema delle due lenti.

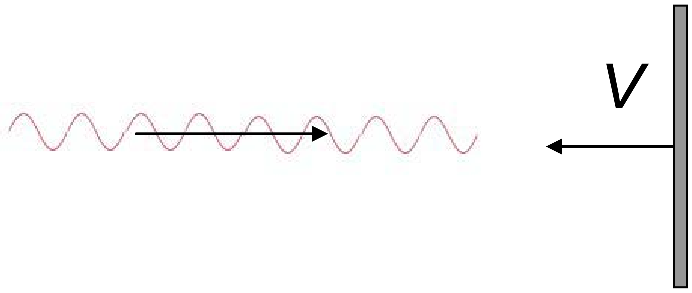
Soluzione

a) La posizione dell'immagine è $\frac{1}{i_1}=\frac{1}{f_1}-\frac{1}{o}=\frac{1}{10}-\frac{1}{50}=\frac{4}{50}$, ovvero i_1=12.5 cm.
L'ingrandimento è $G_1=-\frac{i_1}{o}=-\frac{50/4}{50}=-\frac{1}{4}$

b) L'immagine della prima lente è un oggetto virtuale per la seconda, quindi $o_2=-i_1$ e la posizione dell'immagine dovuta al doppietto è $\frac{1}{i}=\frac{1}{f_2}-\frac{1}{o_2}=\frac{1}{-20}-\frac{1}{-i_1}=-\frac{1}{20}+\frac{4}{50}=\frac{3}{100}$, ovvero i=33.3 cm. L'ingrandimento della seconda lente è $G_2=-\frac{i}{o_2}=-\frac{100/3}{-50/4}=\frac{8}{3}$ e l'ingrandimento totale è $G_{tot}=G_1G_2=-\frac{1}{4}\cdot\frac{8}{3}=-\frac{2}{3}$.

Relatività

Nel sistema S del laboratorio, un fascio di luce di frequenza f_1 è inviato perpendicolarmente contro uno specchio in moto in verso opposto con velocità V.



Ricordando la legge dell'effetto Doppler relativistico $f' = f\gamma(1 - \beta\cos\theta)$, determinare

a) la frequenza f_1' della luce nel sistema S' solidale con lo specchio.

Lo specchio riflette la luce incidente in verso opposto. Determinare

b) la frequenza f_2 della luce riflessa, nel sistema del laboratorio, in funzione di f_1 e di V.

Soluzione

a) In S l'angolo θ tra la velocità dell'onda e la velocità di S' è π, ne segue

$$f'_1 = f_1\gamma(1+\beta)$$

b) In S' la luce riflessa ha la stessa frequenza f_1' e l'angolo θ' tra la velocità dell'onda riflessa e la velocità del sistema del laboratorio è, di nuovo, π. In S la luce riflessa avrà una frequenza

$$f_2 = f'_1\gamma(1+\beta)$$

e quindi $f_2 = f_1\gamma^2(1+\beta)^2 = f_1\dfrac{1+\beta}{1-\beta}$