

LA MECCANICA QUANTISTICA E IL CONCETTO DI REALTA'

Prof. Francesco de Stefano
Liceo Scientifico "G. Marinelli"
Udine

NON PENSAVO DI VIVERE IN UN
UNIVERSO TANTO DISGUSTOSO!

Giorgio Placereani, critico cinematografico

La MQ è molto di più di una
teoria scientifica...

Essa fu un vero e proprio
“terremoto concettuale”
che pose seri problemi di
ordine filosofico...

...i quali sono in gran parte
tuttora aperti!

BIBLIOGRAFIA

B. d'Espagnat - I fondamenti concettuali della MQ

Bibliopolis

G.C. Ghirardi – Un'occhiata alle carte di Dio

Il Saggiatore

R. Gillmore – Alice nel mondo dei quanti – Cortina

R. Gillmore – Il quanto di Natale – Cortina

G. Boniolo (a cura di) – Filosofia della fisica

Articoli de Le Scienze

LA MECCANICA QUANTISTICA E' LA TEORIA DI MAGGIOR SUCCESSO IN TUTTA LA STORIA DELLA SCIENZA

- a) Spiega correttamente l'interazione tra la materia e la radiazione (QED)
- b) I valori teorici coincidono con quelli sperimentali con un grado di accuratezza formidabile (es.: per il momento magnetico dell'elettrone il valore teorico è 1,00116 e quello empirico 1,00118 con un'incertezza di 3)
- c) Giustifica la struttura della tavola periodica degli elementi chimici (e dunque fornisce un strumento formidabile alla strutturistica chimica)
- d) Ha consentito la nascita e lo sviluppo dell'elettronica (semiconduttori, superconduttori)
- e) Ha fornito sostegno fondamentale allo studio di oggetti astronomici (MQ dei buchi neri)

MICROPHYSICAL REALITY AND QUANTUM FORMALISM

PERSPECTIVES ON THE EINSTEIN

BOHR DEBATE FIFTY YEARS AFTER THE EPR ARGUMENT

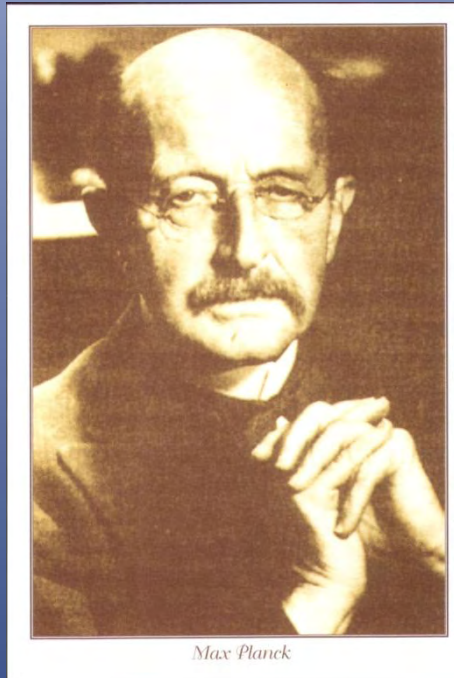


University of Urbino

September 25 - October 3, 1985

Facciamo un po' di storia...

19 dicembre 1900... Max Planck
e il problema della radiazione
del corpo nero...



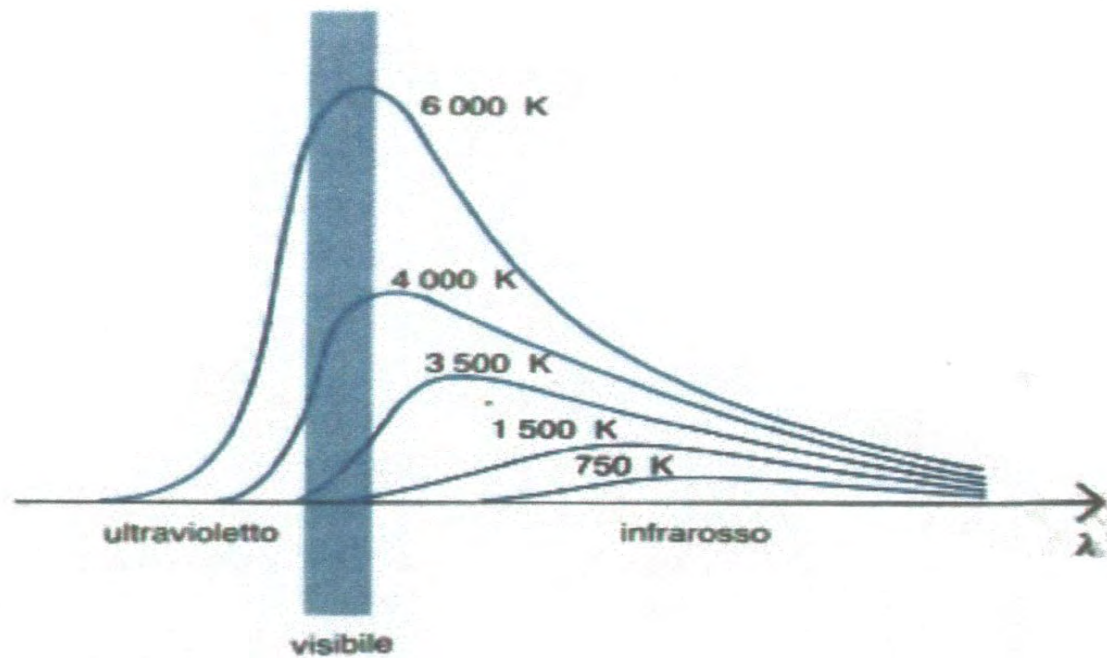


Fig. 19.40 Curve di emissione del corpo nero per diverse temperature. All'aumentare della temperatura, il massimo si sposta verso le lunghezze d'onda minori.

Le curve erano inspiegabili se si applicavano
la termodinamica classica e l'elettromagnetismo

Planck allora introdusse una nuova idea...

...”per un puro atto di disperazione..”

Tuttavia Planck considerava la sua
soluzione un puro modello matematico

ERA L'IPOTESI DI QUANTIZZAZIONE DELL'ENERGIA

ENERGIA SCAMBIATA PER...PACCHETTI...
I QUANTI!

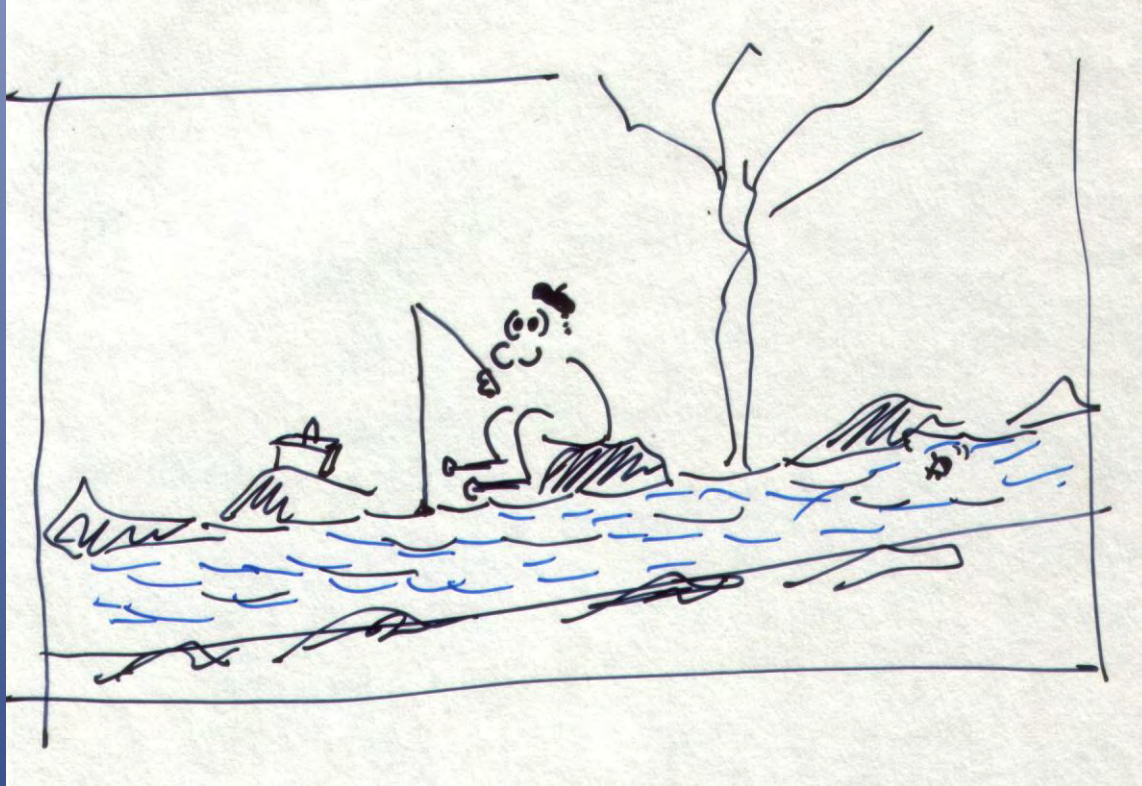
$$E = n \cdot h \cdot \nu$$

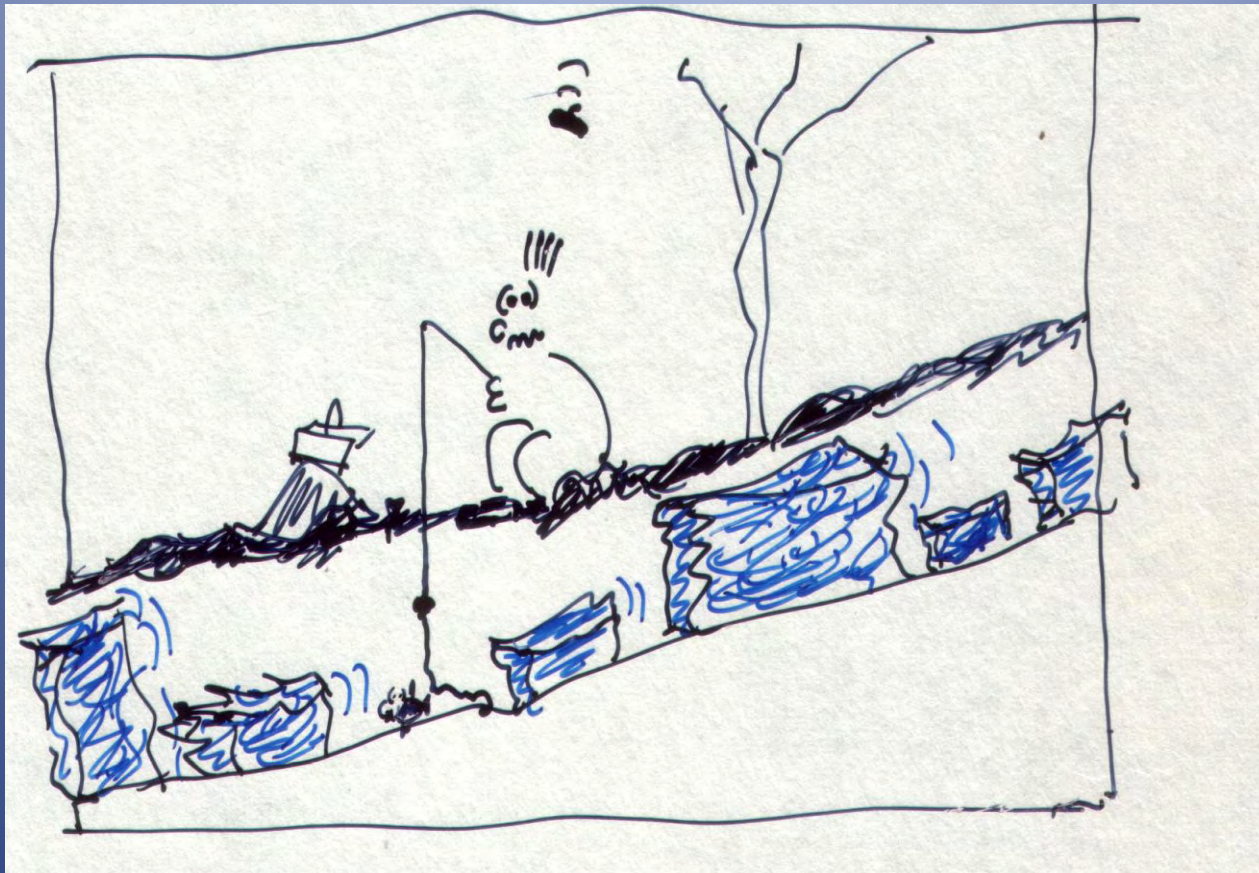
n = intero positivo

h = costante di Planck

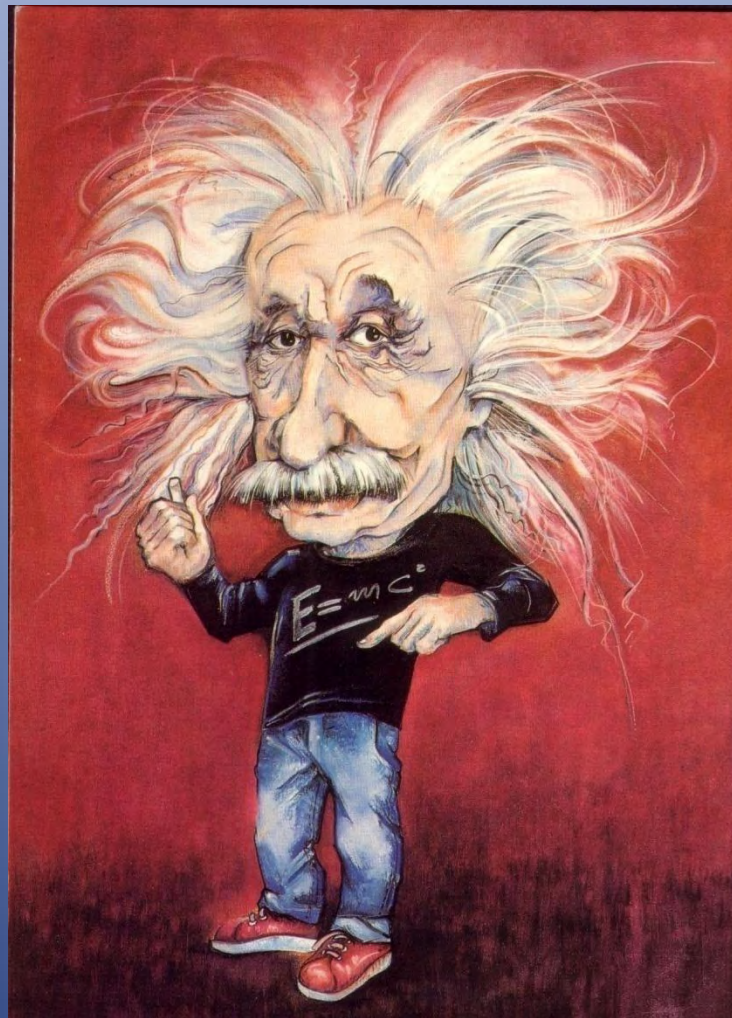
ν = frequenza

Si trattava di un'ipotesi... eretica!





Ma qualcun altro prese questa idea
sul serio...



Einstein può essere considerato il vero
“padre” della teoria dei quanti...

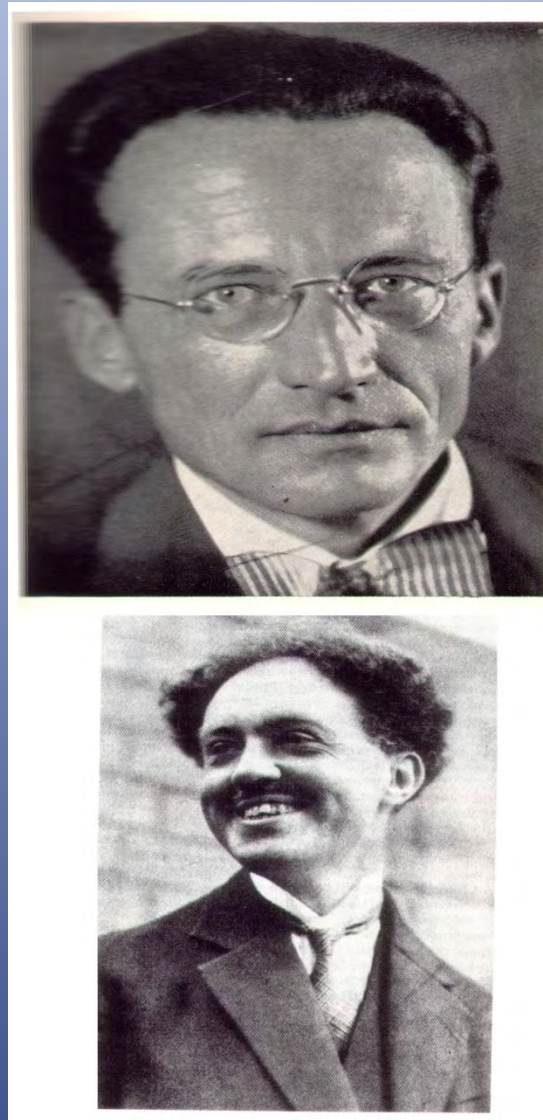
1905: annus mirabilis della storia della fisica!

Einstein scrisse e pubblicò un articolo
per il quale sarebbe stato insignito
del premio Nobel nel 1921

UN PUNTO DI VISTA EURISTICO RELATIVO ALLA
GENERAZIONE E TRASFORMAZIONE DELLA LUCE

FA LA SUA COMPARSA IL DUALISMO
ONDA/CORPUSCOLO!!

La situazione si...appesantisce
nel 1924 con la tesi di dottorato
di Louis de Broglie



Francesco de Stefano - Seminario Fisica
Computazionale

Idea base: se la luce, fenomeno tipicamente ondulatorio, esibisce comportamento corpuscolare, perché non poter pensare che la materia, di natura tipicamente corpuscolare, non possa esibire comportamento ondulatorio?

FORMULA...ERETICA!

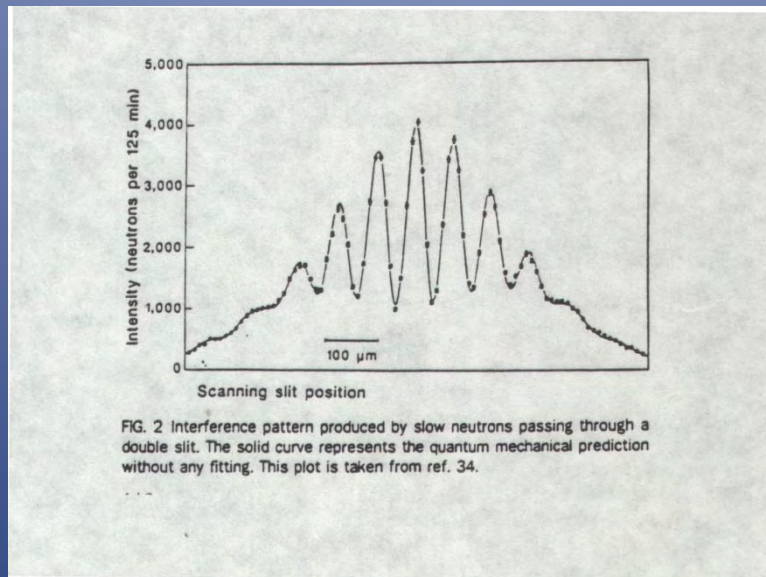
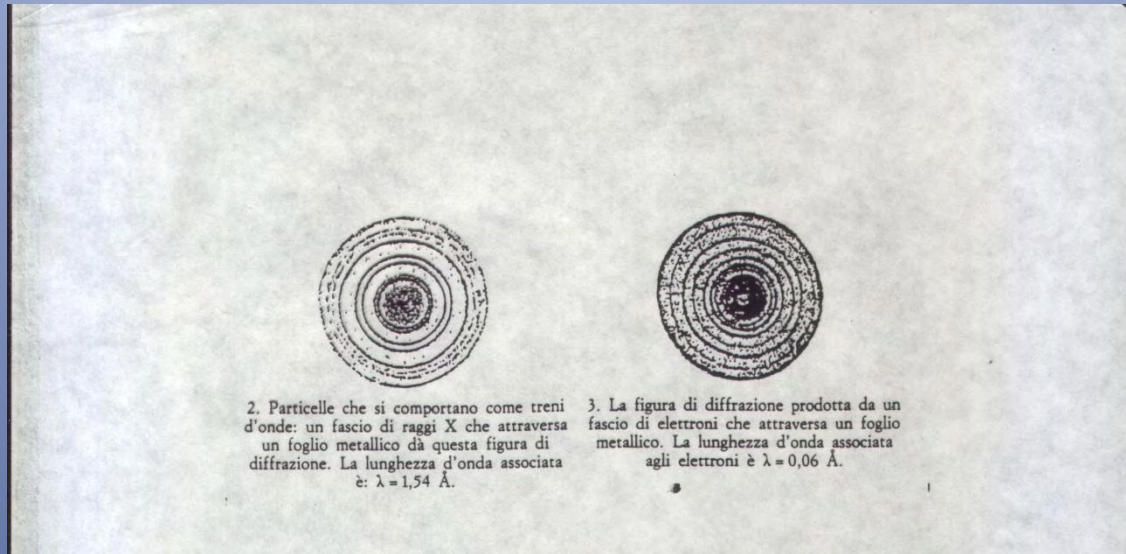
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

λ è la lunghezza dell'onda materiale associata alla particella

Perché non vediamo effetti di tali onde, normalmente? Perché h è un valore piccolissimo! Odg: 10^{-34} Js

Ma per gli oggetti del mondo atomico tale valore è grande!!

Infatti nel 1927 Davisson e Germer evidenziarono l'interferenza degli elettroni...



Verifica dell'ipotesi di De Broglie con atomi di elio: esperimento con doppia fenditura

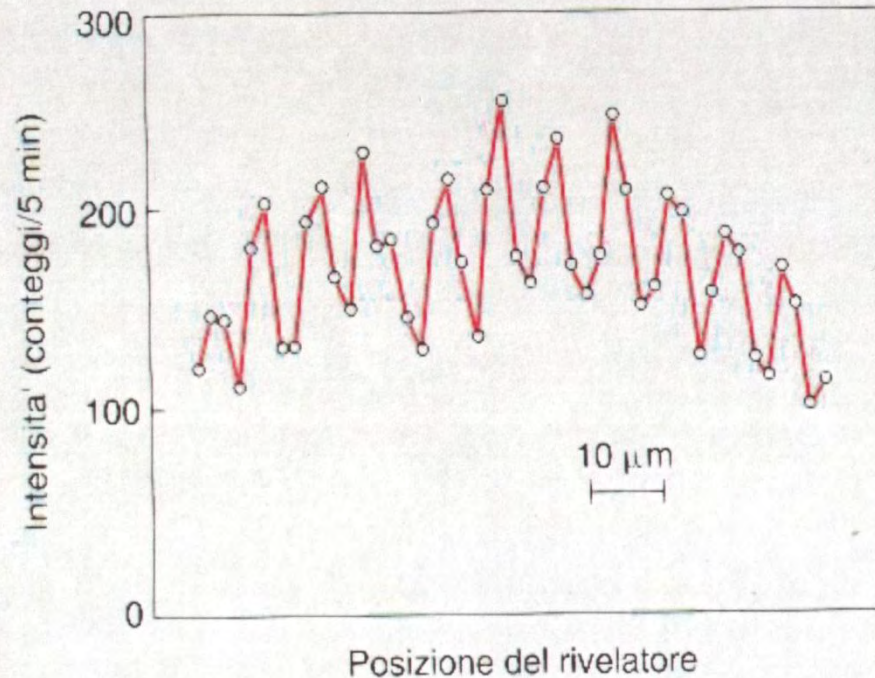
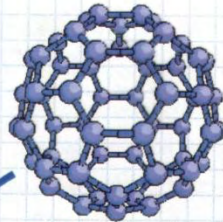


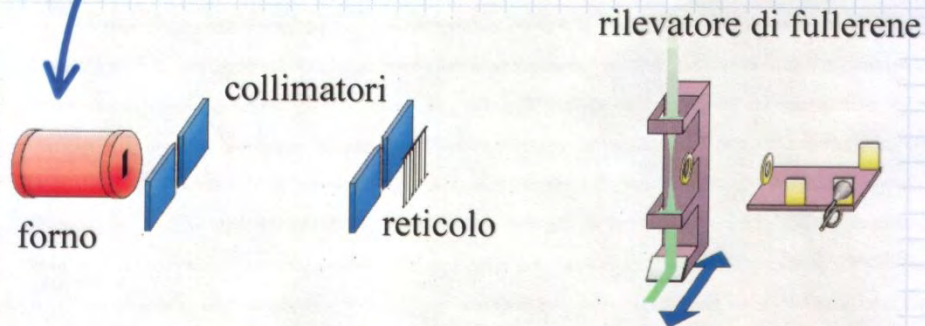
FIGURA 46.7 Figura d'interferenza ottenuta nel 1991 da O. Carnal e J. Mlynek con un fascio di atomi di elio incidente su una doppia fenditura. Non solo elettroni e neutroni presentano comportamento ondulatorio!

Diffrazione del Fullerene

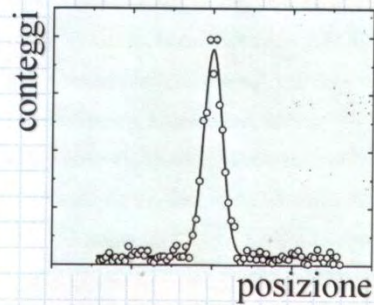
(Zelinger, Nature 1999)



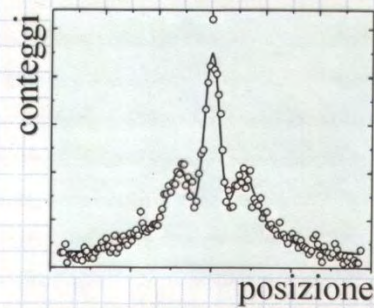
60 atomi di Carbonio
($T \approx 650 \text{ K}$)



Senza Reticolo



con Reticolo



ELEMENTI ESSENZIALI DEL FORMALISMO

- 1) Dato un sistema fisico S a esso è associato uno spazio di Hilbert \mathbb{H}_S dei suoi stati fisici
- 2) A ogni grandezza fisica \mathcal{A} (osservabile) è associato un operatore autoaggiunto \hat{A} la cui equazione agli autovalori fornisce gli stati e i valori possibili di tale osservabile.

$$\hat{A}|\varphi_n\rangle = a_n|\varphi_n\rangle$$

3) Considerato un sistema \mathcal{S} descritto dallo stato $|\psi\rangle$ che non sia autostato di un'osservabile \mathbb{B} , l'espressione

$$\Pr(B = b_n, |\psi\rangle) = |\langle \beta_n | \psi \rangle|^2$$

fornisce la probabilità che, in una misura di \mathbb{B} , si trovi il valore b_n (Born rule, 1926).

PROBABILITA' NON EPISTEMICHE!

4) Una volta preparato uno sistema \mathcal{S} nello stato $|\psi(0)\rangle$, esso evolverà deterministicamente nel tempo secondo l'equazione di Schrödinger

$$H |\psi(t)\rangle = i\hbar \frac{\partial |\psi(t)\rangle}{\partial t}$$

LINEARITA' DELL'EQUAZIONE IMPLICA IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

Se ψ_1 e ψ_2 sono soluzioni dell'equazione,
lo è pure una loro arbitraria combinazione
lineare $a\psi_1 + b\psi_2$

RIDUZIONE DEL PACCHETTO D'ONDA

Sia S descritto da

$$|\psi\rangle = \sum_{k=1}^n c_k |\alpha_k\rangle$$

Se misuro \hat{A} e trovo a_3 , allora dopo la misura sarà

$$|\psi\rangle = |\alpha_3\rangle$$

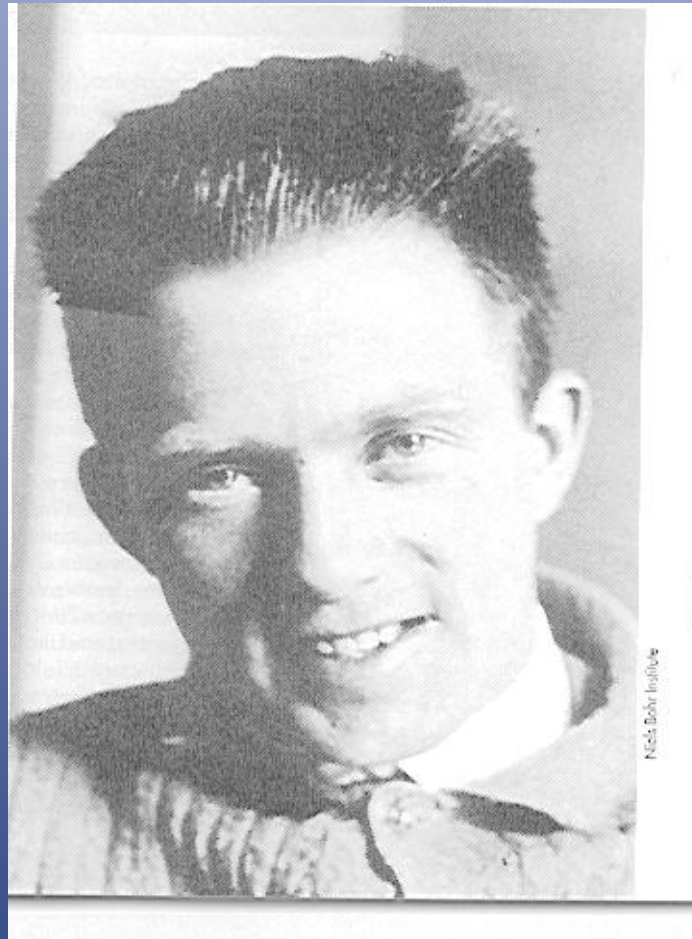
Max Born introdusse una prospettiva del tutto nuova ed...eretica (tanto per cambiare!)

La funzione d'onda ψ ci fornisce la
PROBABILITA' di trovare, SE LA MISURASSIMO,
la particella in un dato volume di spazio!

L'equazione di Schrödinger dunque è una
equazione che fornisce L'EVOLUZIONE NEL
TEMPO DI UNA PROBABILITA'!!

E' IL PRIMO ESEMPIO NELLA STORIA
DELLA SCIENZA DI UN'EQUAZIONE SIMILE!

1927: PRINCIPIO DI INDETERMINAZIONE DI WERNER HEISENBERG.



$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

Heseinberg, 1927

$$\Delta A \cdot \Delta B \geq \frac{1}{2} \left| \langle \psi | [A, B] | \psi \rangle \right|$$

Robertson, 1929

Viene meno così il concetto cardine della causalità della fisica classica, quello di TRAIETTORIA!

Solo infatti se una particella possiede, in ogni istante di tempo, posizione e velocità ben definite, essa segue una traiettoria ben precisa

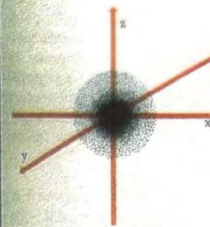
Ma poiché il principio di indeterminazione mostra che è impossibile misurare simultaneamente le due grandezze con la precisione voluta, **la traiettoria non esiste!**

Si deve notare che tale impossibilità NON E' di ordine pratico o tecnologico, né ci autorizza a PENSARE che la particella POSSIEDA tali valori e che semplicemente a noi sia vietata la loro conoscenza simultanea...

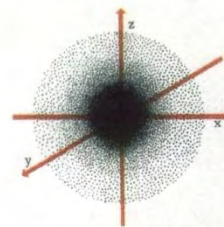
Potremmo dire invece che se la particella POSSIEDE una precisa posizione, allora NON POSSIEDE nessuna velocità ben definita!

**NON E' UN PROBLEMA DI NOSTRA IGNORANZA,
MA DI INDETERMINISMO ONTOLOGICO!**

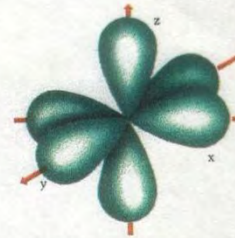
Orbitali atomici



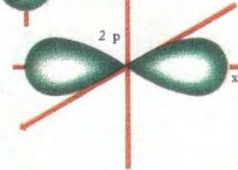
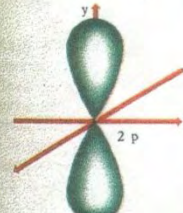
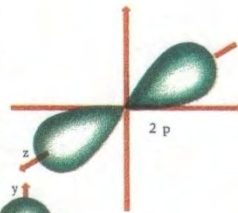
1. Orbitale 1 s.



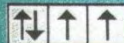
2. Orbitale 2 s.



3. Vista d'insieme dei tre orbitali 2 p orientati secondo gli assi coordinati.



4. I tre orbitali 2 p orientati secondo i tre assi.

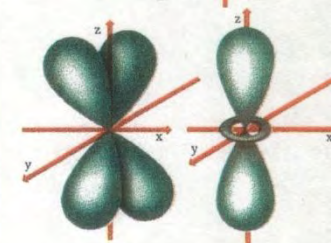
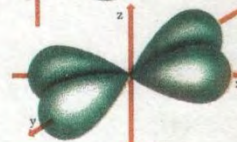
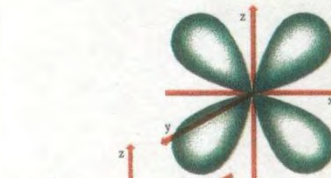


con elettroni spaiati



senza elettroni spaiati

5. Esempio di applicazione della legge di Hund.



6. Alcuni orbitali 3 d.

TUTTO CIO' ERA PER LO MENO SCONCERTANTE,
se non, per molti fisici (Einstein, Schrödinger, de
Broglie, Planck...) INACCETTABILE!

IL REALISMO SU CUI LA FISICA CLASSICA SI
ERA FONDATA DA QUASI TRE SECOLI VACILLAVA.

IL MONDO QUANTISTICO SI PRESENTAVA COME
UN MONDO ACAUSALE, GOVERNATO DA LEGGI
PROBABILISTICHE “NON EPISTEMICHE” E DOVE
ONDE E PARTICELLE SI MUTAVANO LE UNE NELLE
ALTRE!

Chi non rimane scioccato dalla MQ significa che non l'ha capita! (Bohr)

...Se così fosse preferirei fare il biscazziere o il ciabattino piuttosto che il fisico (Einstein)

Preferirei non esser mai stato coinvolto con questi maledetti “salti quantici” (Schrödinger)

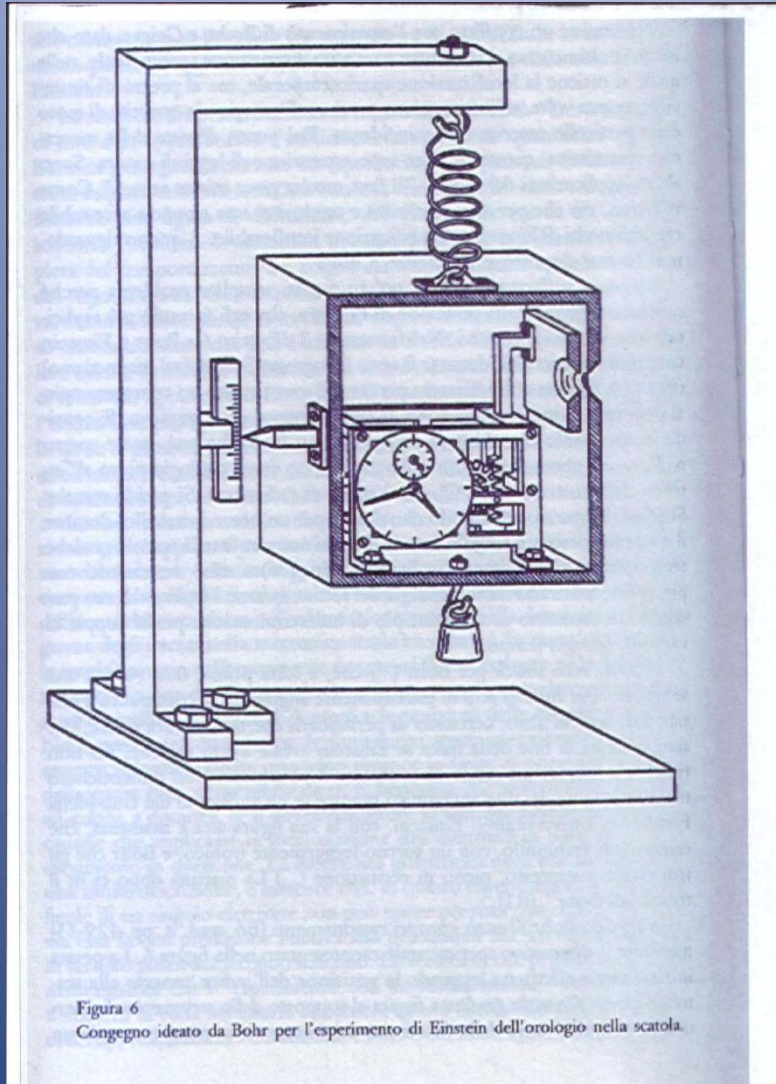
Nessuno capisce la MQ (Feynman)

DIO NON GIOCA A DADI COL MONDO!



IL DIBATTITO EINSTEIN-BOHR





CONGRESSO
SOLVAY
1930

L'ARGOMENTO DI EINSTEIN, PODOLSKY E ROSEN (EPR, 1935)

MAY 15, 1935

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 47

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*

(Received March 25, 1935)

In a complete theory there is an element corresponding to each element of reality. A sufficient condition for the reality of a physical quantity is the possibility of predicting it with certainty, without disturbing the system. In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by non-commuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in

quantum mechanics is not complete or (2) these two quantities cannot have simultaneous reality. Consideration of the problem of making predictions concerning a system on the basis of measurements made on another system that had previously interacted with it leads to the result that if (1) is false then (2) is also false. One is thus led to conclude that the description of reality as given by a wave function is not complete.

Esso riguarda l'analisi del comportamento di sistemi cosiddetti "entangled", da un termine introdotto da Schrödinger (1935) che considerò "entanglement" non un tratto caratteristico della MQ, ma il suo tratto caratteristico, quello che di più la allontana dalla descrizione classica.

PERCHE'??

Consideriamo un sistema quantistico

$\mathcal{S} = \mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2$ il cui spazio di Hilbert è

$$\mathbb{H}_{\mathcal{S}} = \mathbb{H}_1 \otimes \mathbb{H}_2$$

Un possibile stato per \mathcal{S} può essere ad es.

$|\psi\rangle = |\alpha_1\rangle|\beta_2\rangle$ che corrisponde al fatto che l'osservabile \mathbb{A} di \mathcal{S}_1 possiede valore a_1 mentre \mathbb{B} di \mathcal{S}_2 possiede valore b_2 .

Tale stato si dice “fattorizzato”.

Tuttavia sono possibili (per la linearità e il principio di sovrapposizione degli stati) anche stati del tipo

$$\sum_n |\alpha_n\rangle |\beta_n\rangle$$

corrispondenti alla situazione fisica (“entangled” = ingarbugliata) in cui né \mathbb{A} né \mathbb{B} possiedono valore ben definito, mentre lo possiede un’osservabile \mathbb{C} di \mathbb{S} .

Versione di David Bohm (1952)

Consideriamo un microsistema S che si trovi nello stato di singoletto dello spin (è l'esempio trattato anche da Griffiths), cioè descritto da

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|u_+\rangle |v_-\rangle - |u_-\rangle |v_+\rangle \right)$$

Questo significa che, mentre lo spin di S ha valore nullo, i suoi sottosistemi componenti non hanno valore ben definito dello spin (lungo una certa direzione).

Ora effettuiamo misure per esempio di S_z sul sottosistema U di S e confrontiamo i risultati con questi principi fondamentali (EPR).

1) COMPLETEZZA DI UNA TEORIA

2) PRINCIPIO DI REALTA'

3) PRINCIPIO DI LOCALITA'

COMPLETEZZA DI UNA TEORIA

*UNA TEORIA E' COMPLETA QUANDO CONTIENE
LA CONTROPARTE FORMALE DI TUTTI GLI
ELEMENTI DI REALTA' DI CUI SI OCCUPA.*

Cioè, se io parlo di proprietà possedute da certi oggetti e la teoria non mi consente di rappresentarle, evidentemente non è una teoria (ancora) completa.

PRINCIPIO DI REALTA'

Se, senza perturbare in alcun modo un sistema fisico, sono in grado di prevedere con certezza il valore di una sua grandezza fisica, allora esiste un elemento di realtà fisica associato a tale grandezza.

Cioè, se posso fare questo, allora il sistema in esame possiede una proprietà oggettiva.

PRINCIPIO DI LOCALITA'

Se un sistema A è separato fisicamente da un sistema B, anche se in passato ha interagito con A, nessuna azione fisica su A può aver effetto sugli elementi di realtà di B.

Se eseguo delle azioni fisiche (misurazioni) su A, queste non possono influire sulle “proprietà oggettive” di B.

SEPARABLE TWINS



TWIN 1



TWIN 2

- 1) U ed V, dopo aver interagito (e^+ ed e^- nell'es. di Bohm) si allontanano e restano isolati

- 2) Effettuiamo misure di S_z su U e, per es., troviamo +1 (o -1), in unità $h/2\pi$.

- 3) Allora, in base al principio di realtà, posso prevedere con certezza che un'analogha misura su V darebbe -1 (+1). Quindi V possiede una proprietà oggettiva relativamente a S_z .

4) In base a questa misura allora lo stato entangled si “riduce” a uno dei suoi componenti del tipo $|u_+\rangle|v_-\rangle$ e $|u_-\rangle|v_+\rangle$.

5) Ma poiché durante le misure su U, V è rimasto separato da U, per il principio di località, le misure su U non possono aver influito sugli elementi di realtà di V!

6) Pertanto, anche prima della misura su U, V possedeva oggettivamente un valore di S_z .

7) Ma lo stato

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u_+\rangle|v_-\rangle - |u_-\rangle|v_+\rangle)$$

è assolutamente isotropo riguardo S_z di V

8) Allora la conclusione di EPR fu: LA MQ E' INCOMPLETA!
Ovvero il suo formalismo non consente di descrivere tutte le proprietà fisiche possedute dai microsistemi.

Einstein era ovviamente anche preoccupato da eventuali violazioni della relatività (*spooky action at a distance*), ma è stato dimostrato (Ghirardi, Rimini e Weber, 1980, 1988) che né la RPO né l'entanglement consentono segnali o azioni superluminali.

IL VERO PROBLEMA E' LA NON-LOCALITA'
che comunque determina una *coesistenza pacifica* tra relatività e MQ (Abner Shimony)

LA RISPOSTA DI BOHR.

OCTOBER 15, 1935

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 48

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?

N. BOHR, *Institute for Theoretical Physics, University, Copenhagen*

(Received July 13, 1935)

It is shown that a certain "criterion of physical reality" formulated in a recent article with the above title by A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen contains an essential ambiguity when it is applied to quantum phenomena. In this connection a viewpoint termed "complementarity" is explained from which quantum-mechanical description of physical phenomena would seem to fulfill, within its scope, all rational demands of completeness.

- 1) Bohr concordava con la definizione di completezza di una teoria di EPR.
- 2) Critica quindi Einstein sul principio di realtà.
- 3) Riferendosi a esempi “alla Heisenberg” parla di “interazione incontrollabile “ dello strumento con il micro-oggetto.
- 4) Secondo lui la scelta del set sperimentale determina le condizioni su cosa considerare reale o meno per un microsistema.
COMPLEMENTARITA’ (Como, 1927)

A rigor di logica, l'analisi di EPR mostra che vi è contraddizione nell'assunzione della validità simultanea del REALISMO, della LOCALITA' e della COMPLETEZZA DELLA MQ.

Ma per Einstein LOCALITA' e REALISMO erano evidentemente vere, per ragioni epistemologiche, dunque... LA MQ E' INCOMPLETA!

Teorie "a variabili nascoste" (HV), come ad es. quella di de Broglie e Bohm (1956) (onda pilota.. Meccanica Bohmiana)



John Bell

©Renate Bertlmann, 1980

On the Einstein, Podolsky and Rosen Paradox,
1964

L'analisi di Bell trasforma l'EPR da *gedankenexperiment* in una situazione empiricamente testabile!

Descriviamo in modo appropriato la situazione.
Si consideri un sistema entangled del tipo EPR nella versione di Bohm (stato di singoletto dello spin).

Indichiamo con

$$p_{\lambda}^{AB}(\vec{a}, \vec{b}; \alpha, \beta)$$

la probabilità di ottenere i valori α e β nelle misure dello spin di U e V (che si trovano in A e B) lungo le direzioni indicate, posto che λ rappresenti complessivamente i valori delle (eventuali) HV che specificano nel miglior modo possibile il sistema.

PRINCIPIO DI LOCALITA' (DI BELL)

$$p_{\lambda}^{AB}(\vec{a}, \vec{b}; \alpha, \beta) = p_{\lambda}^A(\vec{a}, *; \alpha) \cdot p_{\lambda}^B(*, \vec{b}; \beta)$$

Ovvero la probabilità di ottenere una coppia di esiti è pari al prodotto delle probabilità di ottenere ciascuno di essi indipendentemente dal fatto che l'altra misura venga o meno eseguita.

Indichiamo con $E_\lambda(\vec{a}, \vec{b})$

la somma tra le probabilità di ottenere esiti concordi meno la differenza di ottenere esiti discordi misurando lungo le direzioni indicate. Cioè

$$E_\lambda(\vec{a}, \vec{b}) = p_\lambda^{AB}(\vec{a}, \vec{b}; +1, +1) + p_\lambda^{AB}(\vec{a}, \vec{b}; -1, -1) + \\ - p_\lambda^{AB}(\vec{a}, \vec{b}; +1, -1) - p_\lambda^{AB}(\vec{a}, \vec{b}; -1, +1)$$

Analogamente definiamo

$$E_{\lambda}(\vec{a}, \vec{d}), E_{\lambda}(\vec{c}, \vec{b}) \text{ e } E_{\lambda}(\vec{c}, \vec{d})$$

Bell infatti considerò un sistema quantistico alla EPRB da sottoporre a misure di spin lungo quattro direzioni arbitrarie, definite dai vettori indicati.

Con semplicissimi calcoli algebrici, derivò una disuguaglianza, nota da allora come “disuguaglianza di Bell”, che, a detta di molti esperti del settore, è considerata il risultato più importante della storia dei fondamenti della MQ.

$$\left| E_{\lambda}(\vec{a}, \vec{b}) - E_{\lambda}(\vec{a}, \vec{d}) \right| + \left| E_{\lambda}(\vec{c}, \vec{b}) + E_{\lambda}(\vec{c}, \vec{d}) \right| \leq 2$$



Ovviamente le espressioni che compaiono nella disuguaglianza vanno mediate sulla distribuzione delle HV, ma si dimostra facilmente che anche considerando le

$$E(\vec{m}, \vec{n}) = \int E_\lambda(\vec{m}, \vec{n}) \rho(\lambda) d\lambda$$

la disuguaglianza continua a valere.

La radicale importanza di questo risultato ottenuto da John Stewart Bell è che essa dimostra che una qualsiasi teoria fisica, deterministica o meno, che voglia soddisfare il requisito della località implica, grazie alla disuguaglianza suddetta, previsioni che sono in disaccordo con quelle della MQ.

È facile infatti scegliere opportunamente le quattro direzioni di misura dello spin di U e V in base alle quali le corrispondenti probabilità degli esiti di misura violano la disuguaglianza stessa.

Pertanto il risultato più importante del lavoro di Bell è che esso trasforma l'EPR da *gedankenexperiment* a possibile test di “metafisica sperimentale”! (Shimony)

La lucida analisi di Bell ispirata da Einstein ha dunque sottolineato la peculiarità della “stranezza” del mondo quantistico, che si può riassumere in due espressioni...

1) NON LOCALITA'

2) ENTANGLEMENT

NON SEPARABLE TWINS



TWIN 1



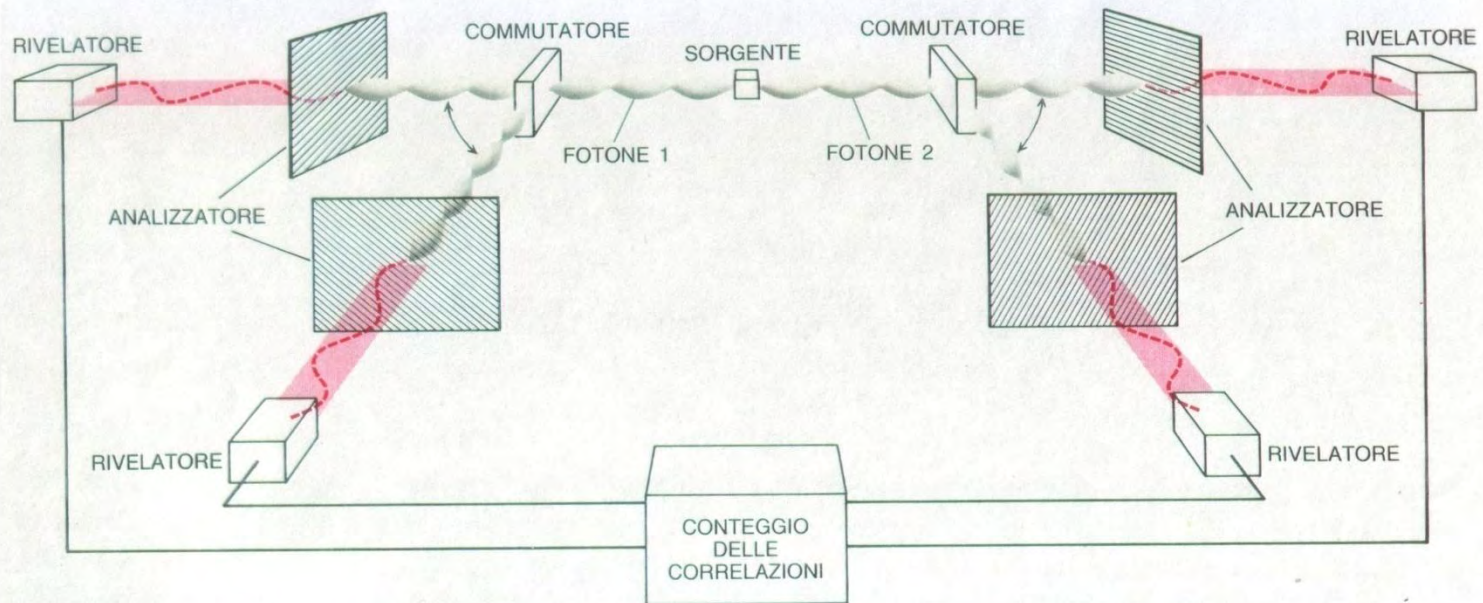
TWIN 2

SPOOKY ACTION AT A DISTANCE!

Il teorema di Bell (1964) dimostra che se esiste una teoria del tipo sperato da Einstein (cioè una **teoria realistica a variabili nascoste**) allora essa è necessariamente **non locale**!
E questo a lui non sarebbe piaciuto!

Gli esperimenti di Aspect e tutti quelli successivi hanno sempre confermato tale NON-LOCALITA', la quale sembra dunque una peculiarità inevitabile del mondo microscopico.

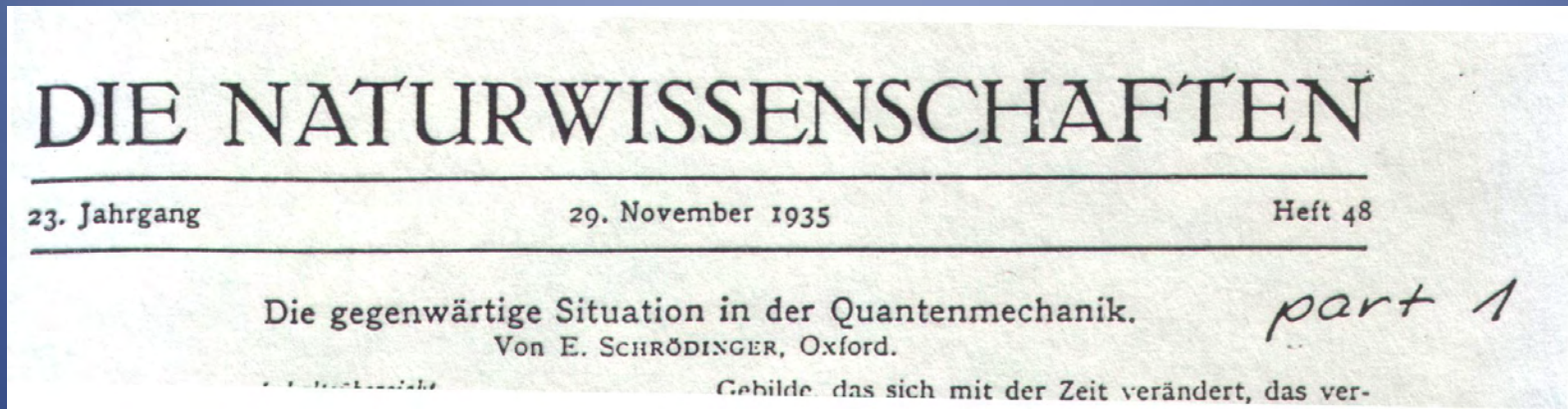
I numerosi risultati sperimentali che hanno sondato e confermato la validità della MQ possono di fatto essere considerati come contributi a una *metafisica sperimentale* (Abner Shimony, 1993)



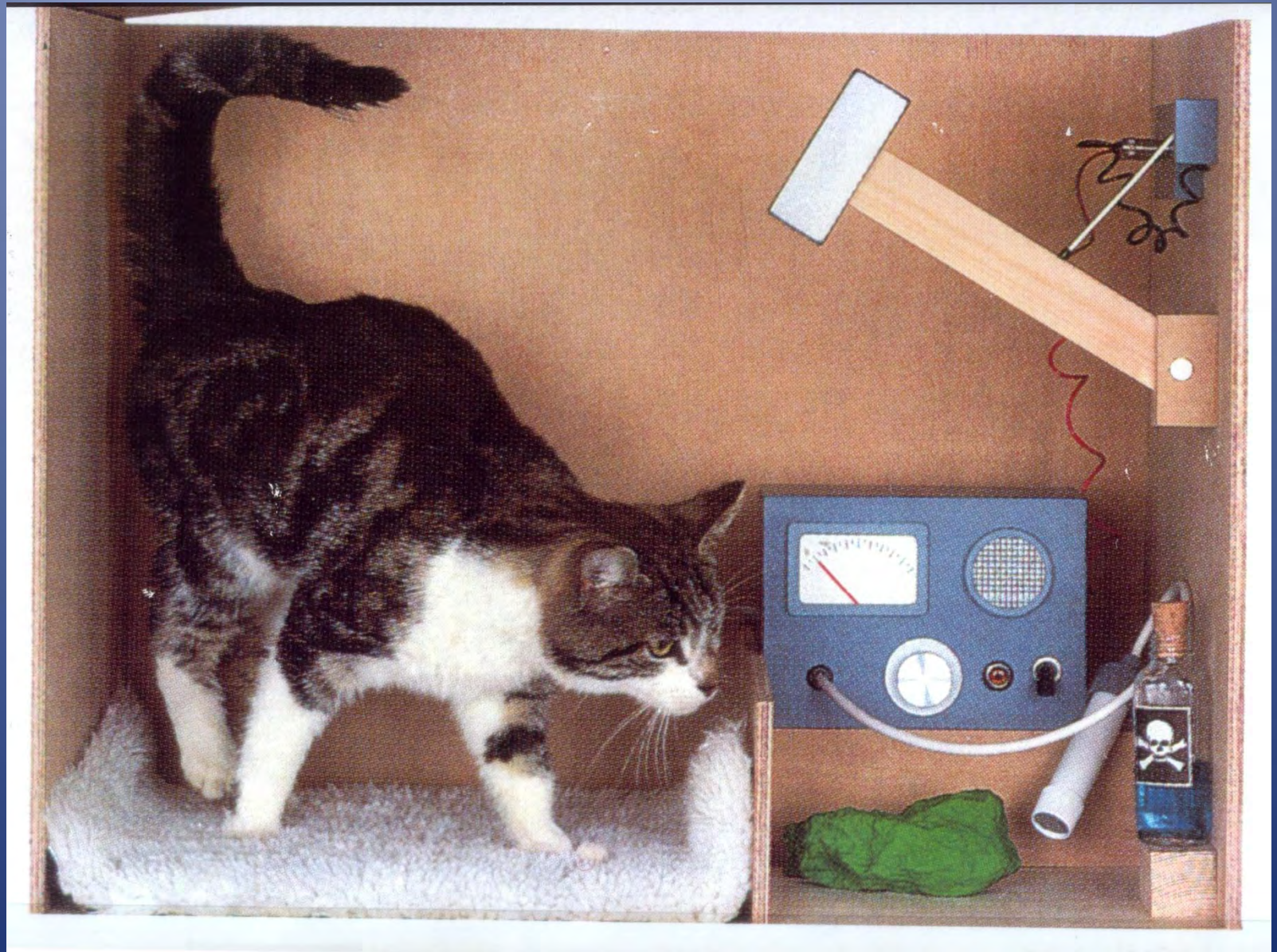
La novità dell'esperienza condotta da Alain Aspect e collaboratori nel 1982 è costituita dalla commutazione rapida fra le orientazioni degli analizzatori di polarizzazione, durante il «volo» dei fotoni. A seconda dello stato di un commutatore, i due fotoni venivano deflessi verso analizzatori orientati in modo diverso. Il tempo impiegato dalla luce per percorrere la distanza

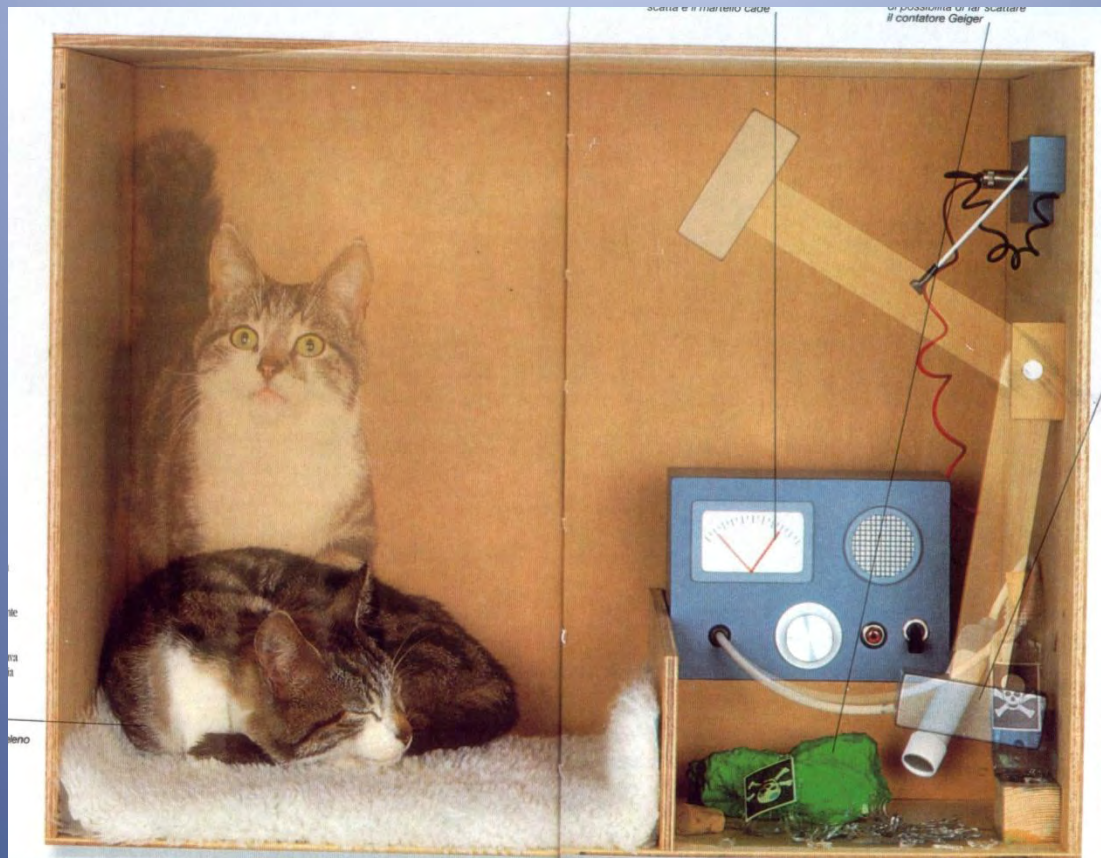
fra gli analizzatori era maggiore di quello necessario per la commutazione, sicché la scelta dell'orientazione di ogni analizzatore non poteva influenzare l'osservazione effettuata con l'altro. Sfortunatamente l'esperienza non è definitiva perché la commutazione era periodica anziché casuale. Esso ha comunque confermato le previsioni della meccanica quantistica.

ENTANGLEMENT TRA MICRO-SISTEMI E MACRO-SISTEMI



PROBLEMA DELLA MACRO-OGGETTIVAZIONE





Il contatore Geiger non fa scattare il martello

2 VIVO O MORTO

La teoria classica afferma che non appena qualcuno apre la scatola e guarda dentro, la "sovrapposizione degli stati" crolla e rimane reale una sola possibilità. Letteralmente, noi non possiamo sapere che cosa sta succedendo finché non guardiamo all'interno della scatola. La maggior parte degli scienziati non si preoccupa di ciò che avviene quando nessuno guarda. Finché le equazioni danno risposte esatte agli esperimenti, per loro va tutto bene. Sembra però strano che i fatti diventino reali solo quando qualcuno li osserva.

3 GATTI GEMELLI

Se il gatto non è vivo quando si guarda nella scatola, deve essere morto. La teoria dei "molti mondi" dice che quando è il materiale radioattivo a operare la scelta, sceglie entrambe le possibilità: fa scattare il contatore e non lo fa scattare. L'universo si divide in due: in uno di essi il gatto è morto e nell'altro il gatto è vivo. In ogni Universo qualcuno apre la scatola per vedere che cosa è successo. Ogni persona pensa di vivere in un solo Universo, ignorando gli altri mondi.



Il contatore Geiger fa scattare il martello
La bottiglia del veleno è rotta
Il gatto muore

Dunque “la madre di tutti i problemi” di interpretazione della MQ è questo...

COME SI PASSA DA “+” A “0”?

$$|\psi\rangle = \sum_{k=1}^n c_k |\alpha_k\rangle$$

La cosa suona già “strana” per il mondo microscopico, ma diventa paradossale in quello macroscopico!

$$|\psi\rangle = |G_0\rangle (|atomo\ dec.\rangle + |atomo\ non\ dec.\rangle) \rightarrow$$

$$|AD\rangle|FR\rangle|GM\rangle + |AND\rangle|FI\rangle|GV\rangle$$

che è completamente diverso, fisicamente
e concettualmente, da

$$|AD\rangle|FR\rangle|GM\rangle \quad \circ \quad |AND\rangle|FI\rangle|GV\rangle$$

TENTATIVI DI SOLUZIONE.

- 1) Riduzione del pacchetto d'onda (Copenaghen)
- 2) Incompletezza del vettore di stato (TVN)
- 3) Ruolo della coscienza (Eugene Wigner)
- 4) Teoria “multi-universi” (Hugh Everett III)
- 5) Teoria “molte menti” (David Albert)
- 6) Modelli di riduzione dinamica (GRW, Ghirardi-Rimini-Weber)

L'entanglement ha molte implicazioni pratiche: crittografia, quantum computing, teletrasporto...

Grazie dell'attenzione!

APPENDICE

$$\begin{aligned} E_\lambda(\vec{a}, \vec{b}) &= p_\lambda^{AB}(\vec{a}, \vec{b}; +1, +1) + p_\lambda^{AB}(\vec{a}, \vec{b}; -1, -1) + \\ &- p_\lambda^{AB}(\vec{a}, \vec{b}; +1, -1) - p_\lambda^{AB}(\vec{a}, \vec{b}; -1, +1) = \\ &p_\lambda^A(\vec{a}, \vec{*}; +1) \cdot p_\lambda^B(*, \vec{b}; +1) + \\ &+ p_\lambda^A(\vec{a}, *; -1) \cdot p_\lambda^B(*, \vec{b}; -1) + \\ &- p_\lambda^A(\vec{a}, \vec{*}; +1) \cdot p_\lambda^B(*, \vec{b}; -1) + \\ &- p_\lambda^A(\vec{a}, *; -1) \cdot p_\lambda^B(*, \vec{b}; +1) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& p_{\lambda}^A(\vec{a}, \vec{*}; +1) \cdot \left[p_{\lambda}^B(*, \vec{b}; +1) - p_{\lambda}^B(*, \vec{b}; -1) \right] + \\
& - p_{\lambda}^A(\vec{a}, *; -1) \cdot \left[p_{\lambda}^B(*, \vec{b}; +1) - p_{\lambda}^B(*, \vec{b}; -1) \right] = \\
& \left[p_{\lambda}^A(\vec{a}, *; +1) - p_{\lambda}^A(\vec{a}, *; -1) \right] \cdot \left[p_{\lambda}^B(*, \vec{b}; +1) - p_{\lambda}^B(*, \vec{b}; -1) \right]
\end{aligned}$$

Espressione analoga per $E_{\lambda}(\vec{a}, \vec{d})$ per cui si ha

$$\begin{aligned}
E_{\lambda}(\vec{a}, \vec{b}) - E_{\lambda}(\vec{a}, \vec{d}) &= \left[p_{\lambda}^A(\vec{a}, *; +1) - p_{\lambda}^A(\vec{a}, *; -1) \right] \cdot \left[p_{\lambda}^B(*, \vec{b}; +1) - p_{\lambda}^B(*, \vec{b}; -1) \right] + \\
&- \left[p_{\lambda}^A(\vec{a}, *; +1) - p_{\lambda}^A(\vec{a}, *; -1) \right] \cdot \left[p_{\lambda}^B(*, \vec{d}; +1) - p_{\lambda}^B(*, \vec{d}; -1) \right] =
\end{aligned}$$

$$\left[p_{\lambda}^A(\vec{a}, *; +1) - p_{\lambda}^A(\vec{a}, *; -1) \right] \cdot \left[p_{\lambda}^B(*, \vec{b}; +1) - p_{\lambda}^B(*, \vec{b}; -1) - p_{\lambda}^B(*, \vec{d}; +1) + p_{\lambda}^B(*, \vec{d}; -1) \right]$$

e poiché

$$p_{\lambda}^A(\vec{a}, \vec{*}; +1) + p_{\lambda}^A(\vec{a}, \vec{*}; -1) = 1$$

si avrà

$$E_{\lambda}(\vec{a}, \vec{b}) - E_{\lambda}(\vec{a}, \vec{d}) = \left[1 - 2 \cdot p_{\lambda}^A(\vec{a}, *; -1) \right] \cdot$$

$$\left[p_{\lambda}^B(*, \vec{b}; +1) - p_{\lambda}^B(*, \vec{b}; -1) - p_{\lambda}^B(*, \vec{d}; +1) + p_{\lambda}^B(*, \vec{d}; -1) \right]$$

Ora, ricordando che il modulo di un prodotto è uguale al prodotto dei moduli dei suoi fattori

$$\left| E_\lambda(\vec{a}, \vec{b}) - E_\lambda(\vec{a}, \vec{d}) \right| = \left| 1 - 2 \cdot p_\lambda^A(\vec{a}, *, -1) \right|.$$

$$\left| p_\lambda^B(*, \vec{b}; +1) - p_\lambda^B(*, \vec{b}; -1) - p_\lambda^B(*, \vec{d}; +1) + p_\lambda^B(*, \vec{d}; -1) \right|$$

e quindi, ricordando che

$$-1 \leq 1 - 2 \cdot p_\lambda^A(\vec{a}, *, -1) \leq 1$$

si avrà

$$\left| E_\lambda(\vec{a}, \vec{b}) - E_\lambda(\vec{a}, \vec{d}) \right| \leq \left| [p_\lambda^B(*, \vec{b}; +1) - p_\lambda^B(*, \vec{b}; -1)] - [p_\lambda^B(*, \vec{d}; +1) - p_\lambda^B(*, \vec{d}; -1)] \right|$$

Analogamente, variando opportunamente gli indici e le direzioni, si avrà che

$$\left| E_\lambda(\vec{a}, \vec{b}) - E_\lambda(\vec{a}, \vec{d}) \right| + \left| E_\lambda(\vec{c}, \vec{b}) - E_\lambda(\vec{c}, \vec{d}) \right| \leq |r - s| + |r + s|$$

dove

$$r = p_{\lambda}^B \left(*, \vec{b}; +1 \right) - p_{\lambda}^B \left(*, \vec{b}; -1 \right)$$

$$s = p_{\lambda}^B \left(*, \vec{d}; +1 \right) - p_{\lambda}^B \left(*, \vec{d}; -1 \right)$$

dove, per quanto già visto prima, risulta

$$-1 \leq r \leq 1 \quad -1 \leq s \leq 1$$

E, tenendo conto della tabella seguente,

$r-s$	$r+s$	r	s	$ r-s + r+s $
>0	>0	>0	?	$r-s+r+s=2r$
>0	<0	?	<0	$r-s-r-s=-2s$
<0	>0	?	>0	$s-r+r+s=2s$
<0	<0	<0	?	$s-r-r-s=-2r$

E poiché i valori dell'ultima colonna sono tutti pari a 2, si ha la disuguaglianza di Bell!

